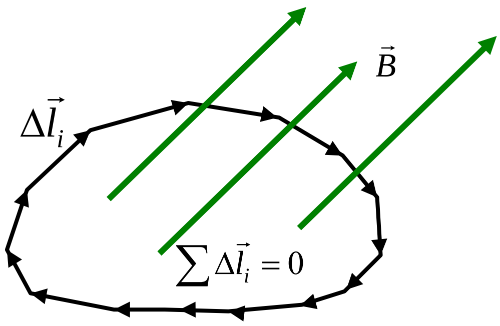
3.6. Момент сил, действующих на контур с током

Если магнитное поле является однородным, то суммарная сила Ампера, действующая в этом поле на контур с током произвольной формы, равна нулю. Действительно, суммируя силы Ампера, действующие на отдельные фрагменты контура, получим

$$\vec{F} = I\sum[\Delta\vec{l}_i, \vec{B}_i] = I[(\sum\Delta\vec{l}_i), \vec{B}] = 0 .$$

Здесь учтено, что $\sum\Delta\vec{l}_i = 0$, поскольку $\Delta\vec{l}_i$ представляют собой замкнутую цепочку векторов (рис.). Заметим, что, если магнитное поле неоднородное, то сила Ампера, действующая на контур с током, вообще говоря, отлична от нуля.



Магнитное поле оказывает на контур с током ориентирующее действие, «пытаясь» развернуть его определенным образом. Исследуя этот эффект, рассмотрим простейший случай, когда прямоугольный контур со сторонами a, b и током I находится в однородном магнитном поле $\vec{B}$ (рис.1). Пусть вектор $\vec{B}$ параллелен противолежащим сторонам прямоугольника длины b. Тогда на эти две стороны контура сила Ампера действовать не будет, а на две другие стороны будут действовать две противоположно направленные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, причем $F_1 = F_2 = IBa$. Пара сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ создает вращающий момент

$$|\vec{M}| = F_1 b = IBab = ISB ,$$

где $S = ab$ - площадь контура. Направление вектора $\vec{M}$ указано на рис. 1.

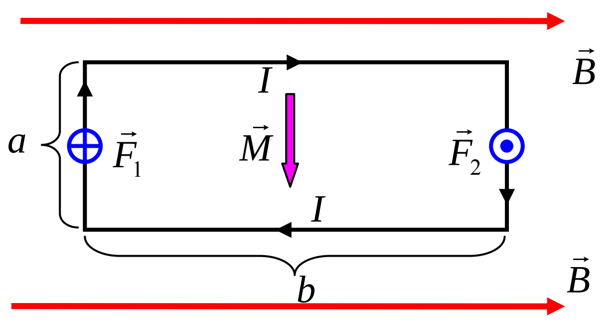
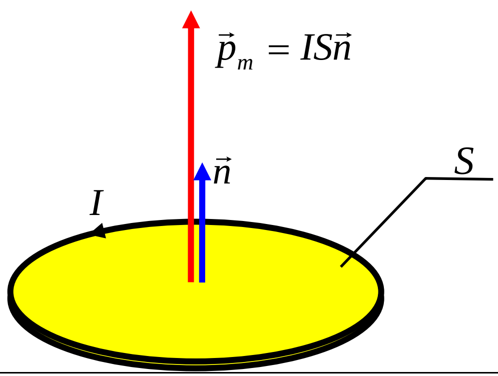
	

Рис. 1. Силы Ампера и их момент, действующие на прямоугольный проволочный контур	Рис. 2. Магнитный момент контура с током

Введем в рассмотрение вектор $\vec{p}_m$ магнитного момента контура с током. По определению модуль этого вектора равен произведению силы тока на площадь контура $|\vec{p}_m| = IS$, а направление вектора $\vec{p}_m$ совпадает с направлением вектора $\vec{n}$ нормали к контуру, при этом вектор нормали $\vec{n}$ связан с направлением тока в контуре правилом правого винта (рис.2).

Выражение для момента сил Ампера, действующих на контур в рассматриваемом случае, можно записать в виде:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] \tag{1}$$

Покажем, что эта формула справедлива при произвольной форме контура и произвольной его ориентации в однородном магнитном поле.

Если вектор $\vec{B}$ перпендикулярен контуру, то силы Ампера лишь сжимают или растягивают контур и суммарный момент сил Ампера равен нулю (рис.3). А при произвольной ориентации вектора $\vec{B}$ его можно представить в виде суммы трех составляющих $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$, где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ параллельны смежным сторонам прямоугольного контура, а $\vec{B}_3$ перпендикулярен плоскости контура. Учитывая, что $[\vec{p}_m \vec{B}_3] = 0$, так как векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}_3$ параллельны, получим

$$[\vec{p}_m \vec{B}] = [\vec{p}_m (\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3)] = [\vec{p}_m (\vec{B}_1 + \vec{B}_2)] = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{M},$$

что доказывает справедливость формулы $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ при произвольной ориентации прямоугольного контура относительно вектора магнитной индукции.

Остается рассмотреть случай, когда контур с током имеет произвольную форму и не обязательно лежит в одной плоскости. Мысленно натянем на контур с током произвольную поверхность S и разобьем ее вспомогательными линиями на очень маленькие площадки ΔS (рис.4). Пропустив по этим вспомогательным линиям равные и противоположно направленные токи величины I, представим момент $\vec{M}$ в виде суммы моментов, действующих на такие элементарные площадки. Но каждая малая площадка может рассматриваться как плоская. Сложив моменты, действующие на элементарные площадки, снова получим

$$\vec{M} = \sum [\vec{p}_{mi}, \vec{B}] = [\sum I \Delta S_i \vec{n}_i, \vec{B}] = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где $\vec{p}_m = I\vec{S}$, а под вектором $\vec{S}$ нужно понимать интеграл $\vec{S} = \int\limits_S \vec{n} dS$, взятый по произвольной поверхности S, натянутой на контур с током. Можно показать, что этот интеграл не зависит от выбора вспомогательной поверхности S, а зависит только от формы контура.

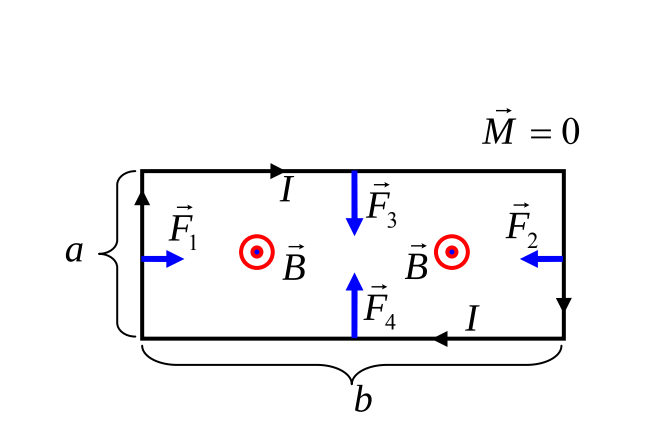


Рис.3.

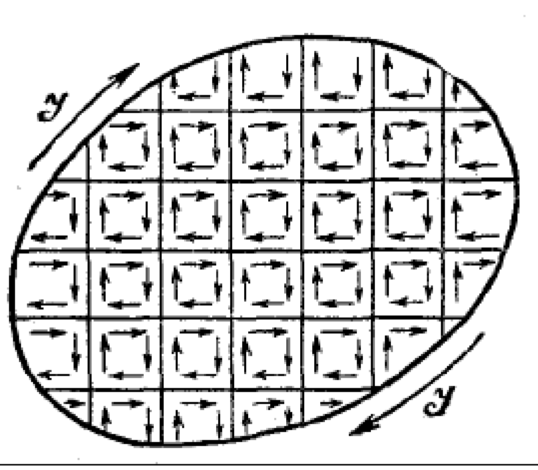


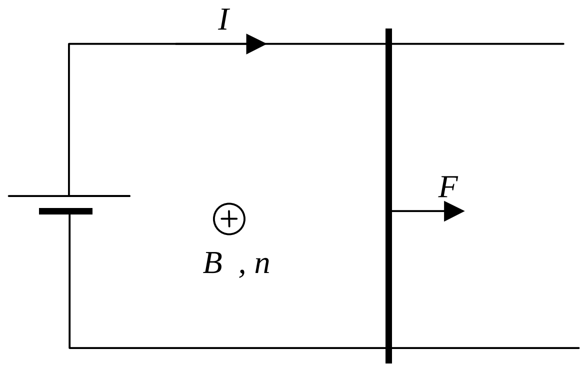
Рис.4

Формула $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ справедлива и для неоднородного магнитного поля, если размеры контура достаточно малы. В соответствии с этой формулой силы Ампера стремятся повернуть контур с током так, чтобы его магнитный момент $\vec{p}_m$ оказался сонаправленным с вектором $\vec{B}$. В этом случае момент сил Ампера равен нулю. В случае, когда векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ имеют противоположные направления, момент сил Ампера также равен нулю, однако такое положение контура является неустойчивым и малейшее отклонение от этого положения приводит к возникновению момента сил, стремящегося отклонить контур еще больше от положения равновесия.

Таким образом, во внешнем магнитном поле элементарный контур с током ведет себя аналогично тому, как ведет себя электрический диполь во внешнем неоднородном электрическом поле: он будет поворачиваться к положению устойчивого равновесия и, кроме того, как можно показать, под действием результирующей силы Ампера втягиваться в область более сильного поля.

3.7. Работа при перемещении контура с током в постоянном магнитном поле

Рассмотрим проводящий контур с подвижной перемычкой длины l в постоянном однородном магнитном поле, перпендикулярном плоскости контура.



На перемычку действует сила Ампера $F = IlB$. При перемещении перемычки вправо на dx эта сила совершает положительную работу

$$\delta A = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi \,, \qquad (2)$$

где $d\Phi$ - изменение магнитного потока через контур. Для конечной работы получим

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)\,. \qquad (3)$$

Покажем, что полученный результат справедлив и для произвольного направления поля $\vec{B}$. Разложим вектор индукции на две составляющие:

$$\vec{B} = \vec{B}_n + \vec{B}_\tau$$

Составляющая $\vec{B}_\tau$, лежащая в плоскости контура, дает силу, перпендикулярную перемещению, которая работу не совершает. Поэтому в формуле (2) вместо $\vec{B}$ нужно брать только $\vec{B}_n$. Но $B_n dS = d\Phi$. Мы вновь приходим к формуле (3).

Рассмотрим теперь перемещение произвольного контура в постоянном неоднородном магнитном поле. Контур при перемещении может и деформироваться. Мысленно разобьем контур на бесконечно малые элементы тока (рис.4) и рассмотрим бесконечно малые перемещения их. Магнитное поле в пределах каждого бесконечно малого контура можно считать однородным. К каждому малому контуру применимо полученное нами выражение

$$\delta A_i = Id\Phi_i .$$

Сложив такие элементарные работы для всех малых контуров, получим

$$\delta A = Id\Phi ,$$

где $d\Phi$ - приращение магнитного потока через весь контур. Чтобы найти работу на полном перемещении, нужно проинтегрировать. Если считать ток постоянным, то получим формулу (3).