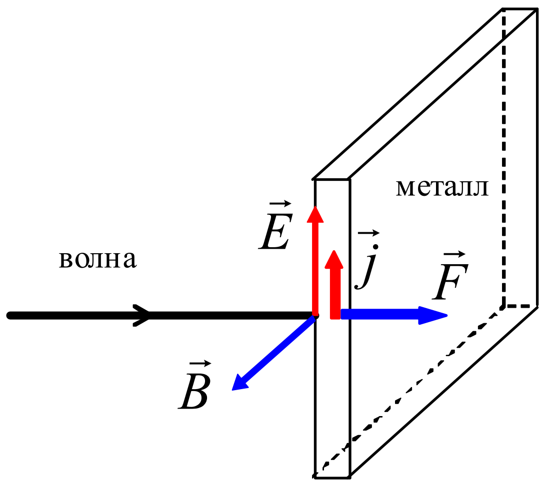
Давление и импульс электромагнитных волн

Давление электромагнитной волны на поверхность идеального проводника

1. Электромагнитные волны, отражаясь или поглощаясь в телах, оказывают на них давление. Это давление есть результат воздействия магнитного поля волны на электрические токи, возбуждаемые в преграде электрическим полем той же волны.

2. Рассмотрим, например, плоскую электромагнитную волну, падающую перпендикулярно на пластину металла. Электрическое поле волны возбуждает в металле электрический ток, вектор плотности которого $\vec{j}$ направлен вдоль электрического вектора $\vec{E}$ волны. Магнитное поле волны действует на этот ток с силой, которая, как видно, направлена перпендикулярно пластине. Эта сила и вызывает давление электромагнитной волны на пластину. Если пластина сделана из материала, в котором ток не возникает, то нет поглощения (нет тока, не выделяется тепло) и нет давления.



3. Для вычисления давления электромагнитной волны будем считать металл идеально проводящим. В этом случае напряженность электрического поля в металле равна нулю. В противном случае в металле протекал бы ток с бесконечно большой плотностью, поскольку его сопротивление предполагается равным нулю. Таким образом, волна внутри металла гасится.

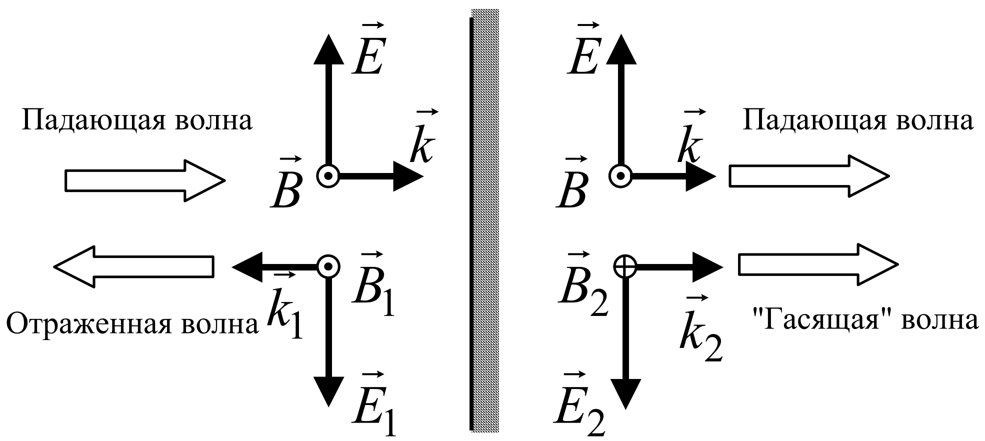
4. Механизм гашения волны в металле и возникновения отраженной волны можно представить так.

   - ✓ Падающая волна (ее векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$) возбуждает поверхностный переменный ток в металле.
   - ✓ Этот переменный ток возбуждает две плоские волны: отраженную волну (1) и "гасящую" волну (2).

5. Укажем на рисунке направления векторов в падающей, отраженной и гасящей волне. Учтем, что:

- ✓ векторы $\vec{k}$, $\vec{E}$ и $\vec{B}$ образуют правую тройку;

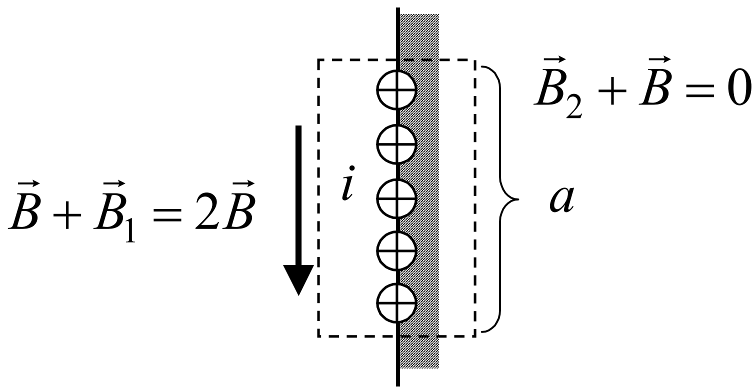
- ✓ "гасящая" волна, складываясь с падающей волной дает нулевое волновое поле внутри металла: $\vec{B}_2 = -\vec{B}$, $\vec{E}_2 = -\vec{E}$.
- ✓ Отраженная и гасящая волны симметричны относительно поверхности проводящей пластины: $\vec{B}_2 = -\vec{B}_1$ $\vec{E}_2 = \vec{E}_1$ (если развернуть рис. на 180^0, то гасящая и отраженная волны не должны измениться, поскольку они возбуждаются одним и тем же поверхностным током).

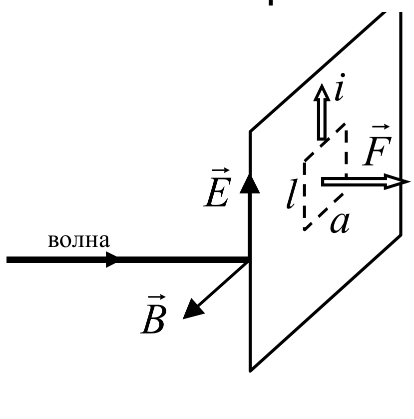


6. Посмотрим на картинку "сверху" и воспользуемся теоремой о циркуляции вектора $\vec{B}$:

$$2Ba = \mu_0 i,$$

где i - ток, пронизывающий выбранный контур длины a.





Со стороны внешнего магнитного поля $\vec{B}$ на этот ток, протекающий в площадке $a \cdot l$, действует сила:

$$F = iBl = \frac{2Ba}{\mu_0} Bl .$$

Давление, которое оказывает волна на пластину:

$$P = \frac{F}{al} = \frac{2B^2}{\mu_0} .$$

Учитывая, что объемная плотность энергии волны равна

$$w = 2w_{\text{м}} = \frac{B^2}{\mu_0},$$

получим

$$\boxed{P = 2w .}$$

Чтобы получить среднее давление, необходимо полученный результат усреднить по времени. Этот результат оказывается справедливым и при наклонном падении электромагнитной волны на идеальный проводник.

<u>Импульс электромагнитной волны</u>

Рассмотрим, как и прежде, нормальное падение плоской волны на пластинку идеального проводника. Мысленно выделим прилегающий к проводнику цилиндр длиной l с площадью основания s. Под действием волны, заполняющей этот цилиндр, пластинка приобретет импульс:

$$p_{\text{пласт}} = Ft = (Ps)\left(\frac{l}{c}\right) = \frac{2w}{c} sl .$$

В замкнутой системе, состоящей из пластинки и электромагнитного поля, получилось бы нарушение закона сохранения импульса, если бы импульсом обладало только вещество. Импульс системы может сохраняться только при условии, что электромагнитная волна также обладает импульсом. Обозначим импульс падающей волны в объеме рассматриваемого цилиндра $p_{\text{волны}}$. Тогда по закону сохранения импульса:

$$p_{\text{волны}} = -p_{\text{волны}} + p_{\text{пласт}} .$$

Отсюда находим

$$p_{\text{волны}} = \frac{w}{c} sl .$$

Импульс единицы объема электромагнитной волны

$$g = \frac{w}{c},$$

или в векторном виде

$$\boxed{\vec{g} = \frac{1}{c^2}[\vec{E}\vec{H}]}.$$

При выводе предполагалось, что волна падает нормально на поверхность идеального металла. Однако это не может отразиться на окончательном результате, поскольку импульс электромагнитной волны есть характеристика самой волны и он не может зависеть от тел, с которыми волна взаимодействует

Излучение диполя

Из уравнений Максвелла следует, что электромагнитные волны в вакууме возбуждаются электрическими зарядами, движущимися с ускорением. Простейшей излучающей системой является электрический диполь, дипольный момент $\vec{p}$ которого зависит от времени. Дипольный момент может изменяться за счет изменения расстояния l между зарядами q и $-q$, а также вследствие изменения ориентации в пространстве оси диполя.

Напомним, что электрический диполь является простейшей моделью нейтрального тела. Поэтому основные закономерности дипольного излучения имеют весьма общий характер. Излучение электромагнитных волн нейтральными атомами и молекулами, а также различными радиотехническими устройствами в первом приближении можно рассматривать, как излучение диполя или системы диполей.

Строгий теоретический анализ излучения диполя основывается на решении системы уравнений Максвелла в трехмерном случае. Решение упрощается на больших расстояниях r от диполя, когда

$$r >> \lambda,$$

где λ - длина волны излучения. В этом случае говорят об излучении в волновой зоне. Предполагается также, что характерный размер тела l значительно меньше λ.

Далее мы приведем без вывода основные результаты теоретического анализа при $r >> \lambda >> l$. Будем считать, что дипольный момент меняется по закону

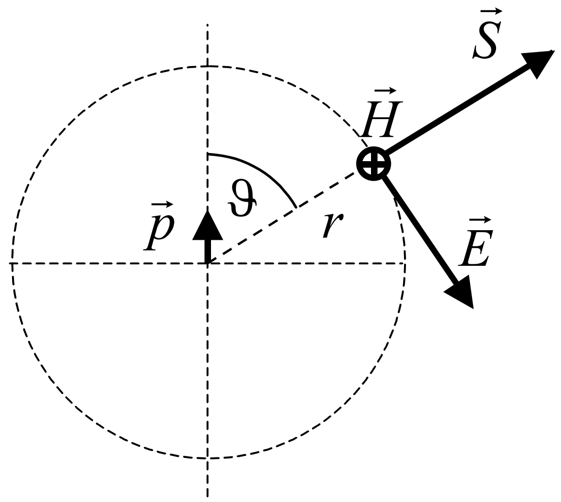
$$\vec{p} = \vec{p}_m \cos\omega t. \tag{1}$$

и, что диполь находится в вакууме.

Итак, основные закономерности излучения диполя.

1. В волновой зоне излучение диполя представляет собой расходящуюся сферическую волну, то есть волновые поверхности являются сферами.

2. Вектор $\vec{E}$ в каждой точке волновой зоны направлен по касательной к меридиану сферической волновой поверхности, а вектор $\vec{H}$ - по касательной к параллели, причем так, что в каждый момент векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и вектор плотности потока энергии $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$ составляют правую тройку.



3. Амплитуда волны уменьшается с ростом расстояния r от диполя как

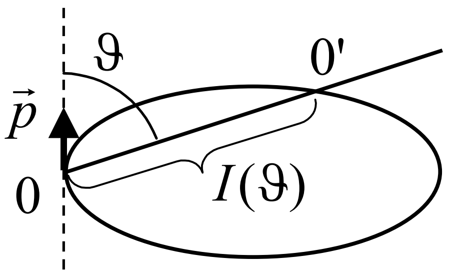
$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r}\sin\vartheta, \tag{2}$$

где ϑ - угол между осью диполя и радиус вектором $\vec{r}$ точки, где наблюдается поле (см. рис.).

3. Интенсивность электромагнитной волны, то есть среднее значение плотности потока энергии, пропорционально произведению $E_m H_m$, значит, согласно (2):

$$I = \left\langle \left| \vec{S} \right| \right\rangle, \quad \vec{S} = [\vec{E}\vec{H}] \quad \Rightarrow \quad I \sim E_m H_m \Rightarrow \boxed{I \sim \frac{1}{r^2}\sin^2\vartheta}. \tag{3}$$

Зависимость $I(\vartheta)$ наглядно изображена с помощью диаграммы направленности излучения диполя. Здесь длина отрезка O O', отсекаемого на луче под углом ϑ, дает интенсивность излучения под этим углом. Видно, что максимум излучения происходит в экваториальной плоскости, а вдоль своей оси диполь не излучает совсем.



4. Мощность излучения P диполя, то есть энергия, излучаемая в единицу времени по всем направлениям, определяется формулой

$$P = \alpha\left(\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}\right)^2, \tag{4}$$

где $\alpha = \mu_0 / 6\pi c$. Подставляя в эту формулу (1), получим

$$P = \alpha\omega^4 p_m^2 \cos^2 \omega t. \tag{5}$$

Средняя по времени мощность излучения диполя равна.

$$\langle P \rangle = (\alpha / 2)\omega^4 p_m^2.$$

Зависимость мощности излучения от частоты очень сильная. Следовательно, радиостанции должны использовать высокие частоты. Мощность излучения при частоте 100 МГц превышает мощность излучения при частоте 100 Гц в 10^{24} раза!!

Формула (4) справедлива также для излучения заряда q, движущегося с ускорением. Если заряд q диполя покоится, а движется только заряд $-q$, то

$$\left(\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}\right) = -q\vec{a}\ .$$

После подстановки в формулу (4) найдем:

$$P_t = \alpha q^2 a^2\ .$$

Эта формула справедлива только для нерелятивистских зарядов.

Заметим также, что заряд, движущийся в вакууме с постоянной скоростью, не излучает.