Электричество и магнетизм

Первым исследователям электрических явлений могло показаться, что эти явления являются некоторой экзотикой, не имеют отношения ко многим явлениям природы и вряд ли найдут значительное практическое применение. Теперь же мы знаем, что физические и химические свойства вещества от атома до живой клетки в значительной степени объясняются электрическими явлениям, а практическое использование электрических явлений вывело земную цивилизацию на качественно новый уровень.

1. Электрическое поле

В этом разделе мы будем изучать физику неподвижных электрических зарядов - электростатику.

1.1. Электрический заряд

Электрическое взаимодействие является одним из четырех фундаментальных взаимодействий. С одним из них, гравитационным, мы уже имели дело. Источником гравитационной силы, как известно, является гравитационная масса тел. Аналогично, электрическая сила порождается электрическим зарядом.

Определение электрического заряда, как физической величины, сводится к определению его основных (фундаментальных) свойств и указанию принципиального способа его измерения.

Как измерить электрический заряд

Введем сначала понятие пробного заряда. Пробный заряд - заряженное тело, удовлетворяющее 2-м условиям:

А) Величина заряда $q_{пр}$ настолько мала, что он не вызывает перемещения зарядов на других телах.

Б) Размеры пробного тела (заряда) значительно меньше расстояний до других заряженных тел (такой заряд называют точечным).

Пусть Q - неподвижное заряженное тело, q_1 , q_2 - пробные заряды. Будем эти пробные заряды последовательно помещать в некоторую точку пространства А и измерять действующие на них силы F_1 и F_2. Обобщением опытных фактов является следующий результат. 1) Эти силы имеют либо одинаковые, либо прямо противоположные направления. 2) Отношение модулей этих сил не зависит от положения точки А и степени "заряженности" тела Q. Следовательно, отношение F_1/F_2 является характеристикой самих пробных зарядов. Можно принять

$$F_1/F_2 = q_1/q_2 .$$

Заряд какого-либо произвольного тела можно принять за единицу, тогда измерение отношения F_1/F_2 дает способ определения величины заряда в абсолютной мере. В системе СИ единицей измерения заряда является 1 Кулон. Перечислим основные свойства электрического заряда.

Фундаментальные свойства заряда

1. В природе электрические заряды существуют в двух видах, которые названы положительным и отрицательным зарядами. Заряды одного вида отталкиваются друг от друга и притягиваются к зарядам другого вида. Именно это свойство лежит в основе подразделения всех зарядов на два вида. Тот заряд, который мы называем отрицательным, можно было бы с равным успехом назвать положительным и наоборот. Выбор названия был

исторической случайностью. Наша Вселенная представляет собой хорошо уравновешенную смесь положительных и отрицательных электрических зарядов.

2. Полный заряд системы не может измениться, если через ее границу не проходят электрические заряженные частицы (закон сохранения заряда). Это не значит, что сохраняются в отдельности положительный и отрицательный заряды системы. Например, при аннигиляции электрона с позитроном исчезает как положительный, так и отрицательный заряд, однако полный заряд остается равным нулю как до, так и после аннигиляции. Закон сохранения заряда надежно проверен в многочисленных экспериментах.

3. Эксперименты показывают, что ни у одной из заряженных частиц не встречается заряд, который был бы меньше заряда протона или электрона. Этот элементарный заряд равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл и обозначается символом *e*. Заряд электрона равен $-e$, заряд протона $+e$. Заряженные тела могут иметь заряд, обязательно равный целому кратному *e*.

4. Электрический заряд - релятивистски инвариантное число. Это означает, что величина заряда не зависит от его скорости и выбора инерциальной системы отсчета.

1.2. Закон Кулона

В 1785 г французский военный инженер Кулон экспериментально установил, что сила взаимодействия 2-х неподвижных точечных зарядов, находящихся в вакууме на расстоянии r друг от друга, определяется формулой

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2},$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной системы единиц. В системе СИ $k = 9 \cdot 10^9$ Нм^2/Кл^2, этот коэффициент принято записывать в виде $k = 1/4\pi\varepsilon_0$, где ε_0 - электрическая постоянная.

Сила взаимодействия $\vec{F}$ направлена вдоль прямой, соединяющей заряды. Закон Кулона можно записать в векторной форме

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на первый заряд со стороны второго, а вектор $\vec{r}$ проведен от заряда q_2 к q_1

Замечание 1. Закон Кулона определяет силу взаимодействия неподвижных зарядов. Если заряды движутся, то 1) возникает еще и магнитное взаимодействие 2) возникает проблема, связанная со скоростью распространения взаимодействий (об этом далее).

Замечание 2. Кулон, Кэвендиш проверили зависимость $F \sim 1/r^2$ в диапазоне 1 - 100 см с точностью 2%. Сегодня можно считать эту зависимость надежно проверенной в диапазоне 10^{-13} см - 10 км.

1.3. Электрическое поле

Может показаться, что открытие закона Кулона полностью решает проблему электрических взаимодействий. Видны только математические трудности: чаще всего заряженные тела нельзя считать точечными. В этом случае расчет сил взаимодействия требует разбиения заряженных тел на малые фрагменты и суммирования сил взаимодействия между ними. Эти математические трудности были в значительной степени преодолены благодаря трудам Лапласа, Ампера Пуассона, Гаусса, Остроградского, Грина и других.

Основанную на законе Кулона теорию электричества называют теорией дальнодействия. Она господствовала до последней четверти 19-го века, то есть около 100 лет. Теория дальнодействия предполагает мгновенное распространение взаимодействия между удаленными заряженными телами.

Пусть, например заряд Q из состояния покоя переместился в точку A, где вновь остановился. Согласно теории дальнодействия, как только заряд Q окажется в точке A, сила, действующая на другой заряд q , мгновенно станет равной величине, определяемой по закону Кулона. И проводимые в первой половине 19-го века эксперименты не опровергали этого утверждения. Однако во второй половине 19-го века в трудах Фарадея и Максвелла сформировалась другая концепция электрических взаимодействий, которая впоследствии полностью подтвердилась.

Никакого дальнодействия не существует. Так, например, при рассмотрении механических явлений только кажется, что упругая нить мгновенно передает взаимодействие между телами, которые она связывает. На самом деле (и это было известно задолго до Фарадея и Максвелла) взаимодействие передается с конечной скоростью от одной точки нити к другой. Время распространения взаимодействия зависит от длины нити и ее механических свойств. Аналогично распространяются электрические взаимодействия, не мгновенно, а постепенно, с определенной скоростью от одной точки пространства к другой. Поэтому при изучении электрических явлений необходимо изучать не столько сами заряды, сколько свойства окружающего их пространства. Пространство, окружающее заряженные тела вместе с действующими в нем силами, называют электромагнитным полем.

Согласно современным представлениям взаимодействию электрических зарядов можно дать следующее объяснение: Вокруг каждого электрического заряда всегда существует электромагнитное поле. Это поле действует на другие электрические заряды, расположенные в поле. Поле реально существует, обладает энергией, импульсом и другими физическими свойствами.

Вектор напряженности электрического поля - силовая характеристика поля. Напряженностью электрического поля в точке A называется вектор

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}},$$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на неподвижный пробный электрический заряд q, помещенный в данную точку A электрического поля. Это определение справедливо и для меняющегося во времени электрического поля, и содержит в себе указание на способ измерения вектора $\vec{E}$.

<u>Напряженность электрического поля неподвижного точечного заряда.</u>

Пусть Q - неподвижный точечный заряд. Найдем вектор напряженности в точке A, положение которой задается вектором $\vec{r}$, проведенным от заряда Q (источника поля). Для этого мысленно поместим в точку пробный заряд q. По закону Кулона на пробный заряд действует сила

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq\vec{r}}{r^3}.$$

Тогда

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\vec{r}}{r^3}, \qquad \left|\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q|}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции

Опыт показывает, что напряженность поля системы точечных неподвижных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавали бы каждый из зарядов в отдельности. Это утверждение называют принципом суперпозиции электрических полей

Пример 1. Вектор напряженности на продольной оси диполя.

Пример 2. Вектор напряженности на поперечной оси диполя.

Пример 3. Вектор напряженности на оси равномерно заряженного кольца.

Силовые линии поля $\vec{E}$

В реальных задачах поле $\vec{E}$ измеряется или рассчитывается в большом числе точек пространства. Для наглядного отображения электрического поля Фарадей предложил изображать поле графически при помощи силовых линий.

Силовая линия (линия поля $\vec{E}$) - геометрическая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с вектором напряженности поля $\vec{E}$ в этой точке. Условились считать, что направление силовой линии совпадает с направлением вектора $\vec{E}$.

Свойства силовых линий: 1) начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных, или одним концом уходят в бесконечность, 2) силовые линии не пересекаются друг с другом.

Примеры: 1) положительный точечный заряд, 2) отрицательный точечный заряд, 3) два точечных заряда.

1.4. Теорема Гаусса

Поток вектора через поверхность.

Рассмотрим сначала однородное поле $\vec{E}$ - это такое поле, вектор $\vec{E}$ которого во всех точках пространства одинаков по величине и направлению. Рассмотрим также воображаемую плоскую поверхность площади S в этом поле. Потоком вектора $\vec{E}$ через поверхность S называют скалярную величину равную

$$\Phi = SE\cos\alpha,$$

где α - угол между вектором напряженности и нормалью к поверхности. Если определить вектор площади $\vec{S}$ (его модуль равен площади, а направлен он вдоль нормали к поверхности), то $\Phi = \vec{E}\vec{S}$.

Если площадка не является плоской, а поле $\vec{E}$ однородным, то поверхность необходимо разбить на малые площадки, каждую из которых можно считать плоской, а поле $\vec{E}$ в ее пределах однородным. Тогда

$$\Phi = \sum E_i \Delta S_i \cos\alpha_i = \sum \vec{E}_i \Delta\vec{S}_i .$$

Такую сумму бесконечно малых слагаемых называют поверхностным интегралом:

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} .$$

Теорема Гаусса (формулировка): Поток вектора $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов q, охватываемых этой поверхностью, деленной на ε_0:

$$\int_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Доказательство.

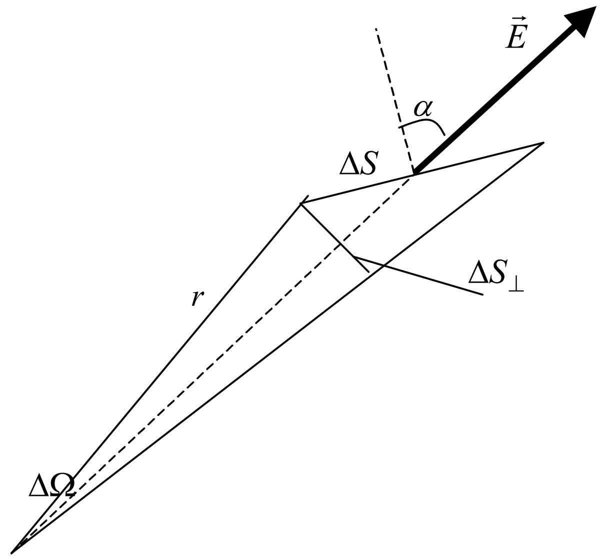
А) Введем сначала понятие телесного угла Ω. Его мерой служит отношение площади поверхности шарового сегмента S_0 к квадрату радиуса:

$$\Omega = \frac{S_0}{r^2}.$$

Полный телесный угол: $\Omega = \dfrac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$.

Б) Пусть поле $\vec{E}$ создается неподвижным точечным зарядом q. Найдем поток через малую площадку ΔS:

$$\Delta\Phi = E\Delta S\cos\alpha = E\Delta S_\perp = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\Delta\Omega\, r^2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\Omega\ .$$



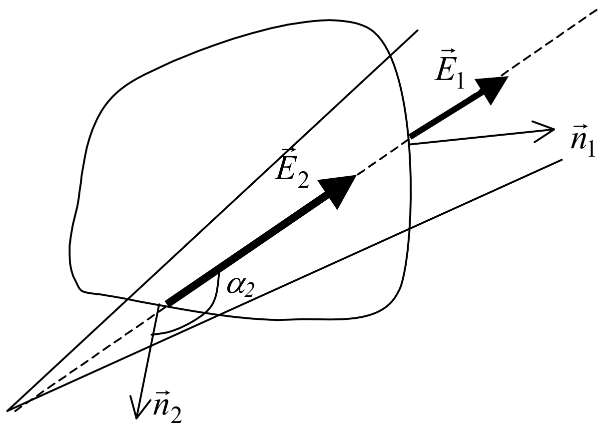
В) Полный поток через произвольную замкнутую поверхность, которая охватывает заряд q:

$$\Phi = \sum\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\Omega_i = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Г) Если заряд находится вне замкнутой поверхности, то

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2, \qquad \Delta\Phi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\Omega,$$

$\Delta\Phi_2 = -\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\Omega$, так как $\cos\alpha_2 < 0$. Поэтому $\Delta\Phi = 0$ и, следовательно, поток через всю замкнутую поверхность также равен нулю.



Итак, Ф = 0, если точечный заряд расположен вне замкнутой поверхности.

Д) Если электрическое поле Е создается многими точечными зарядами, то:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots, \qquad \Phi = \oint_S (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ..)d\vec{S} = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

Теорема доказана.

Замечание. Теорема Гаусса в электростатике есть следствие закона Кулона и принципа суперпозиции. Однако многочисленные эксперименты позволяют заключить, что эта теорема применима и для переменных полей (изменяющихся во времени), то есть и в тех случаях, когда закон Кулона не применим. Это является важнейшим обобщением и к теореме Гаусса следует относиться как к самостоятельному закону природы.

1.5. Применение теоремы Гаусса

1. Поле равномерно заряженной по поверхности сферы.
2. Поле равномерно заряженного по объему шара.
3. Поле равномерно заряженной длинной нити.
4. Поле равномерно заряженного по поверхности длинного цилиндра.
5. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.