Выдержки из книги Горбатого И.Н. «Механика»

2. Динамика

2.1. Законы Ньютона. Силы в механике

1. Первый закон Ньютона утверждает, что существуют такие системы отсчета, в которых любое тело, не взаимодействующее с другими телами, движется прямолинейно и равномерно или покоится. Такие системы отсчета называются инерциальными.

2. Второй закон Ньютона

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$$

выполняется в инерциальных системах отсчета. Здесь m – масса материальной точки, $\vec{a}$ - вектор ускорения точки, $\vec{F}$ – вектор силы, действующей на материальную точку. Если на материальную точку действует несколько сил, то под $\vec{F}$ нужно понимать их векторную сумму.

3. Силы характеризуют взаимодействия между телами. Согласно третьему закону Ньютона силы возникают парами: если первое тело действует на второе с некоторой силой $\vec{F}_1$, то второе тело действует на первое с силой $\vec{F}_2$, причем $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$. Силы зависят от взаимного расположения тел и, возможно, от скоростей их относительного движения. Рассмотрим силы, наиболее часто встречающиеся в механике.

4. Между двумя любыми материальными точками действует сила гравитационного притяжения, величина которой пропорциональна произведению масс течек m_1 и m_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}.$$

Здесь $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2 – гравитационная постоянная. Эта формула выражает закон всемирного тяготения и определяет силу гравитационного взаимодействия между двумя телами, если расстояние между ними значительно больше размеров тел.

Можно доказать, что приведенная выше формула справедлива и при произвольных (не обязательно больших) расстояниях между телами, если оба тела являются однородными шарами. В этом случае под величиной r следует понимать расстояние между центрами шаров.

Формула для гравитационной силы остается также верной, если одно из взаимодействующих тел является однородным шаром, а другое – материальной точкой, расположенной вне шара. В этом случае в формуле для гравитационной силы r – это расстояние от материальной точки до центра шара.

5. Одним из проявлений силы всемирного тяготения является сила тяжести. Так принято называть силу притяжения тел к Земле вблизи ее поверхности. Если M – масса Земли, R – ее радиус, m – масса некоторого тела, то действующая на тело сила тяжести равна

$$F = G\frac{M}{R^2}m = mg ,$$

где

$$\boxed{g = G\frac{M}{R^2}}$$

- ускорение свободного падения у поверхности Земли. Сила тяжести направлена к центру Земли.

6. Весом тела называют силу, с которой тело вследствие его притяжения к Земле действует на опору или подвес. При этом предполагается, что тело неподвижно относительно опоры или подвеса.

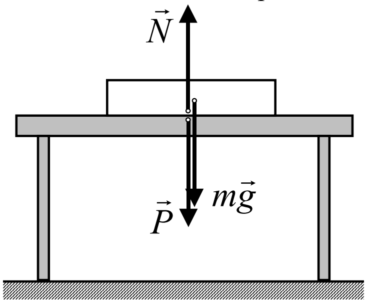


Рис. 2.1.

Пусть тело лежит на неподвижном относительно Земли горизонтальном столе (рис. 2.1). Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной**.** На тело действуют сила тяжести, направленная вертикально вниз, и сила упругости $\vec{N}$, с которой опора действует на тело. Силу $\vec{N}$ называют силой реакции опоры. В соответствии с третьим законом Ньютона тело действует на опору с силой $\vec{P}$, равной по модулю силе реакции опоры и направленной в противоположную сторону:

$$\vec{P} = -\vec{N}.$$

Сила $\vec{P}$ и есть вес тела. Если опора и тело неподвижны в некоторой инерциальной системе отсчета, то в соответствии со вторым законом Ньютона

$$0 = m\vec{g} + \vec{N}.$$

В этом случае

$$\vec{P} = -\vec{N} = m\vec{g}.$$

То есть вес неподвижного на горизонтальной опоре тела равен силе тяжести, действующей на тело. Приложены эти силы к разным телам.

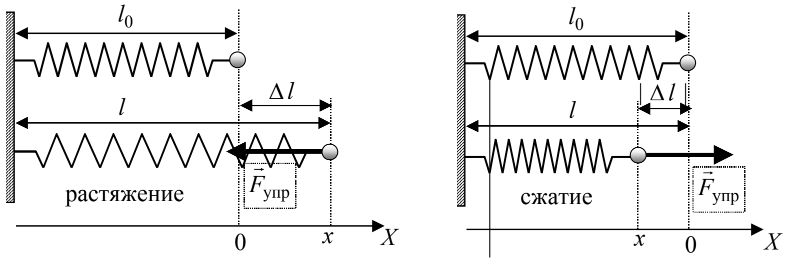


Рис. 2.2.

7. <u>Сила упругости</u> стремится восстановить прежние размеры и форму тела при его деформации. Простейшим видом деформации является деформация растяжения или сжатия (рис.2.2). Для определенности будем говорить далее о спиралевидной пружине. Пусть l_0 - длина недеформированной пружины, l – длина растянутой или сжатой пружины. Величину $\Delta l = l - l_0$ называют деформацией пружины (при растяжении $\Delta l > 0$, при сжатии $\Delta l < 0$). При малых деформациях сила упругости пропорциональна деформации

$$\boxed{F_{упр} = k\,|\,\Delta l\,|}$$

и направлена в сторону, противоположную направлению перемещения частиц тела при деформации. Если ось X выбрана так, как показано на рис.2.2, то проекция силы упругости на эту ось

$$\boxed{F_x = F_{упр\,x} = -kx}.$$

Это соотношение выражает экспериментально установленный закон Гука. Коэффициент k называется жесткостью_пружины. В системе СИ жесткость измеряется в ньютонах на метр (Н/м). Жесткость k зависит от формы и размеров тела, а также от свойств материала.

Примеры решения задач

Пример 2. 1. На какой высоте h над поверхностью Земли ускорение свободного падения в n = 16 раз меньше, чем вблизи земной поверхности?

Решение.
На высоте h над поверхностью Земли на тело со стороны Земли действует гравитационная сила

$$F = G\frac{mM}{(h+R)^2},$$

где G – гравитационная постоянная, m – масса тела, M – масса Земли, R – радиус Земли, (h + R) - расстояние от тела до центра земного шара. При свободном падении никаких других сил на тело не действует. Поэтому

$$ma = G\frac{mM}{(h+R)^2},$$

где a – ускорение свободного падения на высоте h. Ускорение вблизи поверхности Земли, при $h << R$, обозначим g. Тогда

$$a = G\frac{M}{(h+R)^2},$$

$$g = G\frac{M}{R^2}.$$

Отсюда

$$n = \frac{g}{a} = \left(\frac{h+R}{R}\right)^2.$$

После преобразований получим

$$h = R(\sqrt{n}-1) = 19200 \text{ км}.$$

Пример 2. 2. Груз массой m = 1 кг, закрепленный на пружине жесткостью k = 300 Н/м, поднимают за свободный конец пружины с ускорением a = 5 м/с^2, направленным вертикально вверх (рис.2.3). Длина пружины при этом равна l = 20 см. Определите длину l_0 пружины в недеформированном состоянии.

Решение.

На груз действуют силы тяжести $m\vec{g}$ и упругости $\vec{F}$. Изобразим эти силы на рисунке (см. рис.2.4), обозначим вектор ускорения груза $\vec{a}$, ось x, направленную вертикально вверх. Запишем второй закон Ньютона для проекций векторных величин на ось x:

$$x: \quad ma = F - mg .$$

Модуль силы упругости F равен

$$F = k\Delta l = k(l - l_0) .$$

Отсюда найдем

$$l_0 = l - \frac{m(a+g)}{k} = 15 \text{ см.}$$

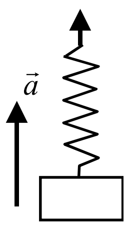


Рис. 2.3.

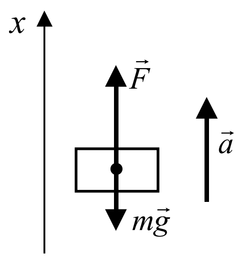


Рис. 2.4.

Пример 2. 3. Лифт в начале движения и при остановке имеет одинаковые по абсолютной величине ускорения. Чему равна величина этого ускорения, если вес человека, находящегося в лифте, в первом и во втором случае отличается в 3 раза?

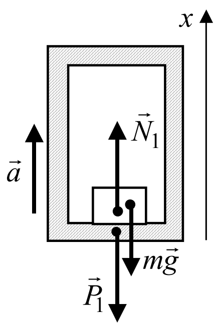


Рис. 2.5.

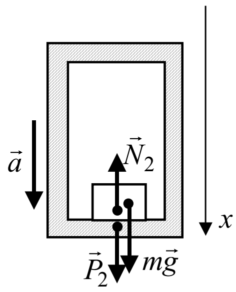


Рис. 2.6.

Решение.
Предположим, что лифт начинает двигаться вверх (рис.2.5). Тогда в начале движения ускорения лифта и человека относительно земли направлены вертикально вверх. На человека в лифте действуют силы тяжести и реакции опоры N_1. По второму закону Ньютона

$$ma = N_1 - mg \ .$$

На рис.2.5 кроме векторов $m\vec{g}$ и $\vec{N}_1$ изображен также вектор силы $\vec{P}_1$, с которой человек действует на опору. Силы $\vec{P}_1$ и $\vec{N}_1$ равны по модулю, действуют вдоль одной прямой в противоположных направлениях и приложены к разным телам. Итак, в рассматриваемом случае

$$P_1 = N_1 = m(a+g)\ .$$

При остановке лифта его ускорение (и ускорение человека относительно земли) направлено вертикально вниз (рис.2.6). Поэтому

$$ma = mg - N_2\ ,$$

$$P_2 = N_2 = m(g-a)\ .$$

По условию $P_1 = 3P_2$, или $m(g+a) = 3m(g-a)$. Отсюда

$$a = g/2 = 5 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2. 4. Тело массой m движется с ускорением $\vec{a}$ под действием сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Известны величина ускорения a, величина силы F_1 и угол α между векторами $\vec{a}$ и $\vec{F}_1$. Определите F_2.

Решение.
По второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

где

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Следовательно, вектор результирующей силы $\vec{F}$ направлен так же, как и вектор ускорения $\vec{a}$. На рисунке изобразим векторы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, построим суммарный вектор $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис.2.7). Укажем вектор ускорения $\vec{a}$, отметим угол α. Рассматривая заштрихованный треугольник, заметим, что одна из его сторон равна модулю вектора $\vec{F}_1$, другая модулю вектора $\vec{F}_2$, третья сторона равна модулю вектора $\vec{F} = m\vec{a}$. Записывая для этого треугольника теорему косинусов, получим

$$F_2 = \sqrt{F_1^2 + (ma)^2 - 2maF_1 \cos\alpha}.$$

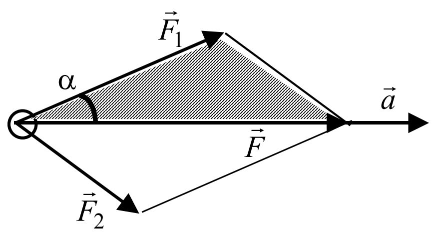


Рис. 2.7.

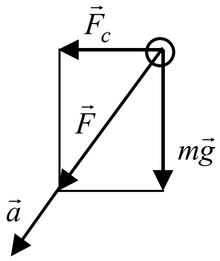


Рис. 2.8.

Пример 2. 5. Из окна движущегося по горизонтальной дороге автомобиля непослушный мальчик высовывает руку с яблоком и отпускает его. Величина ускорения яблока в начальный момент его падения равна a. Найдите величину F_c силы сопротивления воздуха, которая действовала на яблоко в этот момент. Масса яблока m, ускорение свободного падения g.

Решение.
На падающее яблоко действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила сопротивления воздуха $\vec{F}_c$, направленная против вектора скорости яблока. В начальный момент падения скорость яблока равна скорости автомобиля, поэтому сила сопротивления в этот момент направлена горизонтально. Построим векторы $\vec{F}_c$, $m\vec{g}$ и $\vec{F}$ (рис.2.8). Запишем теорему Пифагора для прямоугольного треугольника

$$F^2 = F_c^2 + (mg)^2 .$$

Учитывая, что $m\vec{a} = \vec{F}$, получим

$$F_c = m\sqrt{a^2 - g^2} .$$

Пример 2. 6. На шероховатой наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^0$ с горизонтом, находится шарик массы m = 100 г (рис.2.9). С какой горизонтальной силой F нужно тянуть шарик за прикрепленную к нему легкую нить, чтобы он двигался вдоль плоскости без трения?

Решение.
Шарик будет двигаться вдоль плоскости без трения, если сила реакции опоры равна нулю. Иными словами, шарик в данном случае движется вдоль наклонной плоскости, не касаясь ее. Изобразим на рис.2.10 действующие на шарик силы $\vec{F}$ и $m\vec{g}$. Векторная сумма этих сил $\vec{F} + m\vec{g}$ направлена так же, как и вектор ускорения, то есть вдоль наклонной плоскости.

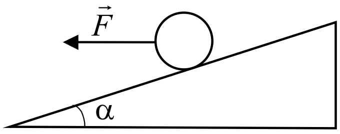


Рис. 2.9.

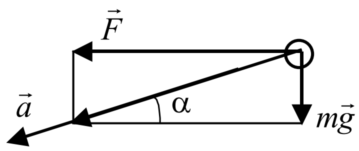


Рис. 2.10.

Из рисунка видно, что $tg\alpha = mg / F$. Отсюда найдем

$$F = mg\text{ctg}\alpha = \sqrt{3} \approx 1{,}7 \text{ Н}.$$

2.2. Силы трения и сопротивления

Силы трения могут действовать между соприкасающимися телами как при их относительном движении, так и при их относительном покое. Трение между поверхностями двух соприкасающихся твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки (смазки) называется сухим.

Сухое трение, возникающее при относительном покое тел, называют трением покоя. Сила трения покоя всегда равна по величине внешней силе и направлена в противоположную сторону.

Рассмотрим тяжелый брусок, расположенный на поверхности горизонтального стола. Приложим к бруску горизонтальную силу $\vec{F}$, которую будем постепенно увеличивать (рис.2.11). Опыт показывает, что, пока сила F меньше некоторой определенной величины F_{max}, брусок остается в покое. Отсюда следует вывод, что на брусок со стороны стола действует в этом случае равная и противоположно направленная сила, уравновешивающая внешнюю силу $\vec{F}$. Это и есть сила трения покоя. Сила трения покоя автоматически принимает значения, равные внешней силе F.

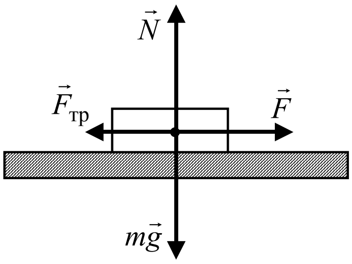


Рис. 2.11.

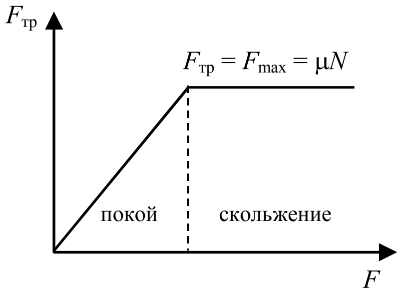


Рис. 2.12.

Сила трения покоя не может превысить некоторого максимального значения F_{max}. Когда величина внешней силы F превысит F_{max}, брусок начинает скользить. Силу трения в этом случае называют силой трения скольжения. Она направлена в сторону, противоположную направлению движения и, вообще говоря, зависит от относительной скорости тел. Однако, во многих случаях приближенно силу трения скольжения можно считать независящей от величины относительной скорости тел и равной максимальной силе трения покоя. Эта модель силы сухого трения применяется при решении многих простых физических задач. На рис. 2.12 показан график зависимости силы трения от внешней силы F в рамках такой модели.

Опыт показывает, что величина силы трения скольжения равна

$$\boxed{F_{\text{тр}} = \mu N}$$

где μ - коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния поверхности соприкасающихся поверхностей, N – сила нормального давления, прижимающая поверхности друг к другу. Такой же формулой определяется максимальное значение силы трения покоя.

Трение, как и все другие виды взаимодействия, подчиняется третьему закону Ньютона: если на первое тело со стороны второго тела действует сила трения, то такая же по модулю, но противоположно направленная, сила действует на второе тело со стороны первого.

Силы трения, как и упругие силы, имеют электромагнитную природу. Они возникают вследствие взаимодействия между атомами и молекулами соприкасающихся тел.

<u>Примеры решения задач</u>

<u>Пример 2. 7.</u> Брусок равномерно соскальзывает по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^0$. С каким ускорением a будет двигаться брусок, если ему сообщить начальную скорость вверх вдоль наклонной плоскости?

<u>Решение</u>

При равномерном движении бруска вниз (рис.2.13)

$$0 = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}}\,.$$

При движении бруска вверх (рис.2.14)

$$ma_x = mg\sin\alpha + F_{\text{тр}}\,.$$

Заметим, что силы трения в обоих случаях одинаковы ($F_{mp} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$). Из этих уравнений получим

$$a = 2g\sin\alpha = 10 \text{ м/с}^2.$$

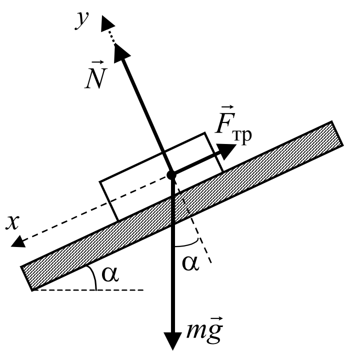


Рис. 2.13.

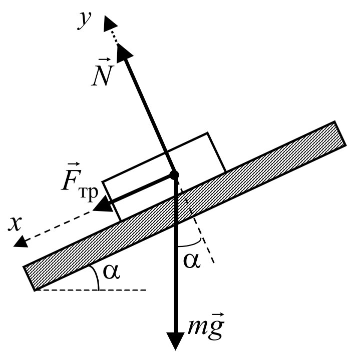


Рис. 2.14.

Пример 2. 8. Удобный метод измерения коэффициента трения состоит в следующем. Тело кладется на наклонную плоскость. Измеряется минимальный угол α наклона плоскости к горизонту, при котором начинается скольжение. Считая угол α известным, определите коэффициент трения μ.

Решение

Действующие на тело силы изображены на рис.2.13. Угол α соответствует пограничному режиму, когда одновременно выполняются два условия

$$F_{\text{тр}} = \mu N \ , \quad a = 0 \, .$$

Первое из этих условий соответствует скольжению тела, а второе – его покою (тело уже начинает скользить, но его ускорение еще очень мало). Тогда

$$x: \quad 0 = mg \sin\alpha - \mu N \, ,$$

$$y: \quad 0 = N - mg\cos\alpha \, .$$

Из этих уравнений найдем $\mu = tg\alpha$.

Пример 2. 9. Угол наклона ленты подъемника к горизонту α = arcsin 0,2. Коэффициент трения между грузом и лентой μ = 0,4. При какой максимальной величине *a* ускорения ленты поднимаемый груз не будет скользить по ней?

Решение

Силы, действующие на груз, изображены на рис.2.13. По второму закону Ньютона

$$ma_{\text{гр}} = F_{\text{тр}} - mg\sin\alpha\,,$$

где $a_{\text{гр}}$ – ускорение груза. Максимальная величина силы трения покоя равна μN, где N – сила реакции опоры. Эту силу найдем из уравнения

$$0 = N - mg\cos\alpha\,.$$

Следовательно, максимальное ускорение груза равно

$$a_{\text{гр}} = \frac{\mu N - mg\sin\alpha}{m} = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)\,.$$

Если ускорение ленты превысит эту величину, то лента будет обгонять груз, то есть будет иметь место проскальзывание груза относительно ленты. Итак,

$$a = g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) \approx 1{,}9 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2. 10. Санки массой $m = 5$ кг покоятся на горизонтальной поверхности. Их начинают тянуть за веревку с силой $F = 5$ Н, направленной под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Определите ускорение санок и величину действующей на них силы трения, если коэффициент трения санок о поверхность $\mu = 0{,}1$.

Решение

На санки действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и сила натяжения нити $\vec{F}$ (рис.2.15). Запишем второй закон Ньютона для проекций векторных величин на горизонтальную (x) и вертикальную (y) оси:

$$\begin{aligned} x:&\quad ma = F\cos\alpha - F_{\text{тр}} \\ y:&\quad 0 = F\sin\alpha + N - mg \end{aligned}.$$

Трудность состоит в том, что заранее не известно скользят санки или покоятся. Если они скользят, то для силы трения можно записать формулу $F_{\text{тр}} = \mu N$, если же санки покоятся, то сила трения меньше величины μN.

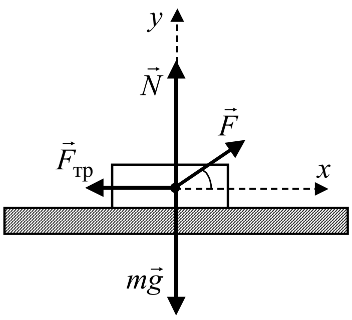


Рис. 2.15.

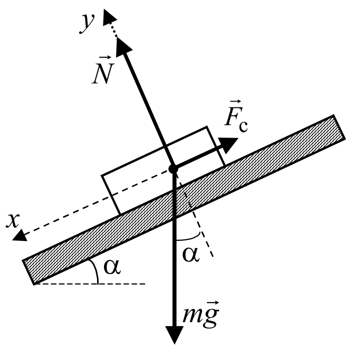


Рис. 2.16.

Предположим, что санки скользят. Тогда $F_{\text{тр}} = \mu N$. После решения задачи в рамках такого предположения, необходимо будет удостовериться, что сделанное предположение действительно выполнено, то есть ускорение санок $a > 0$. Нарушение последнего неравенства будет означать, что санки покоятся.
Итак

$$F_{\text{тр}} = \mu N \text{ (если санки скользят)},$$

$$N = mg - F\sin\alpha\,,$$

$$ma = F\cos\alpha - F_{\text{тр}} = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)\,.$$

Подставляя численные значения, получим

$$ma = 5\sqrt{3}/2 - 0{,}1(50 - 5\cdot 0{,}5) < 0\,.$$

Пришли к противоречию: предполагалось, что $a > 0$, а в результате решения получили $a < 0$. Следовательно, санки в данном случае не скользят, и их ускорение равно нулю. Сила трения в этом случае равна

$$F_{\text{тр}} = F\cos\alpha - ma = F\cos\alpha = 5\cdot\sqrt{3}/2 \approx 4{,}3\text{ Н}$$

Эта сила меньше максимальной силы трения покоя:

$$F_{\text{тр}} < \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha) = 4{,}75\text{ Н}.$$

Итак, $\quad a = 0,\quad F_{\text{тр}} = F\cos\alpha \approx 4{,}3\text{ Н}.$

Пример 2. 11. При скоростном спуске по склону с углом наклона α лыжник развивает такую скорость, что силу сопротивления воздуха можно считать пропорциональной квадрату его скорости V: $F_c = kV^2$, где k - постоянная. Найдите максимальную скорость V_{max} лыжника, если его масса m. Трением лыж о снег пренебречь.

Решение

Действующие на лыжника силы изображены на рис.2.16. Запишем второй закон Ньютона для проекций векторных величин на ось x, направленную вниз вдоль склона горы:

$$ma_x = mg\sin\alpha - kV^2 .$$

Из этой формулы видно, что по мере увеличения скорости лыжника его ускорение уменьшается. Иными словами, чем больше скорость, тем больше сила сопротивления и тем медленнее увеличивается скорость. В конечном счете, сила сопротивления сравняется со скатывающей силой $mg\sin\alpha$, и далее лыжник будет двигаться с постоянной скоростью. Эту максимальную скорость найдем из уравнения:

$$0 = mg\sin\alpha - kV_{max}^2 .$$

Отсюда

$$V_{max} = \sqrt{mg\sin\alpha / k} .$$

2.3. Системы взаимодействующих тел

Чтобы проанализировать движение системы взаимодействующих тел, следует записать уравнения, выражающие второй закон Ньютона, для каждого из тел системы. При этом важно иметь в виду, что взаимодействие между телами носит обоюдный характер. Это означает, что силы взаимодействия между телами возникают парами, эти силы действуют вдоль одной прямой, противоположны по направлению и равны по модулю. Ускорения различных тел могут быть связаны между собой некоторыми соотношениями, отражающими жесткие или упругие связи между телами.

Примеры решения задач

Пример 2. 12. Грузы массами m_1 = 0,4 кг и m_2 = 0,6 кг, связанные легкой нерастяжимой нитью, движутся вертикально вверх под действием силы F = 15 Н, приложенной к верхнему грузу массой m_1. Определите величину T силы натяжения нити.

Решение

На верхний груз массой m_1 кроме силы $\vec{F}$ действует сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$, на нижний груз действуют сила тяжести $m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}'$ (рис.2.17). Так как масса нити пренебрежимо мала, то $|\vec{T}| = |\vec{T}'| = T$. Поскольку нить нерастяжима, то грузы движутся с одинаковыми ускорениями $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}$. Запишем уравнения, выражающие второй закон Ньютона для каждого груза, спроектировав векторные величины на ось *x*, направленную вертикально вверх:

$$m_1 a = F - m_1 g - T\ ,$$

$$m_2 a = T - m_2 g\ .$$

Разделив первое уравнение на второе, получим уравнение относительно силы натяжения *T*:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F - m_1 g - T}{T - m_2 g}\ .$$

Из этого уравнения найдем

$$T = \frac{F m_2}{m_1 + m_2} = 9\ \text{Н}\ .$$

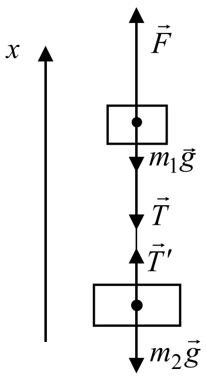


Рис. 2.17.

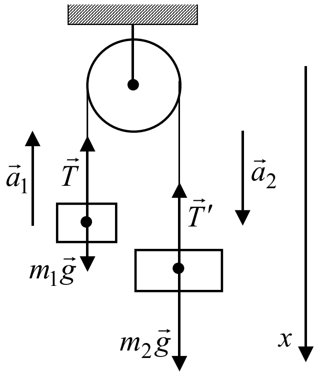


Рис. 2.18.

Пример 2. 13. Сила натяжения нити (рис.2.18), соединяющей грузы массами m_1 = 200 г и m_2, равна T = 3 Н. Найдите m_2. Нить нерастяжима. Трение в оси блока отсутствует. Массами блока и нити пренебречь.

Решение

Изобразим силы, действующие на каждый из грузов (рис. 2.18). Силы натяжения нити $\vec{T}$ и $\vec{T}'$ равны при выполнении следующих условий: а) нить легкая, б) блок легкий, в) трение в оси блока отсутствует. Заметим, что сила тяжести, действующая на груз массой m_1 равна m_1g = 2 Н. Эта сила меньше силы натяжения нити T = 3 Н. Следовательно, груз m_1 будет подниматься, а груз m_2 опускаться. Ускорения грузов $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ равны по величине, поскольку нить нерастяжимая: $a_1 = a_2 = a$. Выбирая ось x, как показано на рисунке, запишем систему уравнений

$$-m_1a = m_1g - T \ ,$$

$$m_2a = m_2g - T \ .$$

Из этих уравнений найдем

$$m_2 = \frac{m_1T}{2m_1g - T} = 600 \text{ г} .$$

Пример 2. 14. На горизонтальном столе покоится тележка, на тележке - брусок. На тележку начинают действовать в горизонтальном направлении с постоянной силой F (см. рис.2.19), в результате чего тележка и брусок начинают двигаться относительно стола с различающимися в n = 2 раза ускорениями. Найдите силу F, если масса бруска m = 1 кг, масса тележки M = 2 кг, коэффициент трения бруска о поверхность тележки μ = 0,5. Трением качения пренебречь.

Решение

На рис.2.20 изображены силы, действующие на брусок и тележку (для наглядности брусок и тележка изображены отдельно). Сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, действующая со стороны бруска на тележку, тормозит ее движение. По третьему закону Ньютона такая же по величине, но противоположно направленная сила $\vec{F}_{\text{тр}}$ действует со стороны тележки на брусок. Именно эта сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и вовлекает брусок в движение. Сила реакции опоры $\vec{N}$ действует на брусок со стороны тележки. Такая же по величине, но противоположно направленная сила $\vec{N}'$ действует на тележку со стороны бруска (сила веса бруска). Сила $\vec{N}_1$ действует на тележку со стороны стола. Запишем второй закон Ньютона, для проекций векторных величин на горизонтальную ось:

$$ma_1 = F_{тр},$$

$$Ma_2 = F - F'_{тр},$$

где a_1 – ускорение бруска, a_2 – ускорение тележки. По условию задачи эти ускорения отличаются в два раза. Ясно, что ускорение бруска в данном случае не может превышать ускорения тележки, поэтому

$$a_2 = na_1.$$

Поскольку между тележкой и бруском имеет место проскальзывание, то

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg.$$

По третьему закону Ньютона $F_{тр} = F'_{тр}$. Итак, имеем систему уравнений

$$ma_1 = \mu mg,$$

$$Mna_1 = F - \mu mg,$$

решая которую, получим

$$F = \mu mg\left(1 + \frac{nM}{m}\right) = 25\ \text{Н}.$$

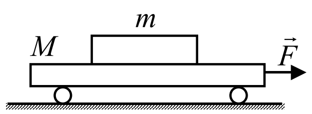


Рис. 2.19.

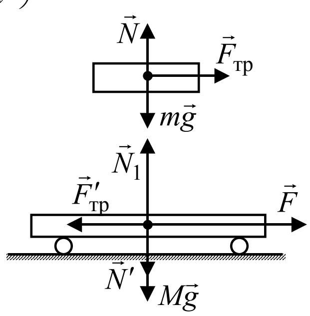


Рис. 2.20.

<u>Пример 2. 15.</u> На тележке массой M = 2 кг, покоящейся на горизонтальной поверхности, лежит брусок массой m = 1 кг. Коэффициент трения бруска о поверхность тележки μ = 0,4. Чему будет равна сила трения $F_{тр}$, действующая на брусок, если к тележке приложить постоянную горизонтальную силу F = 9 Н (рис.2.19)?

Решение

В отличие от предыдущей задачи в данном случае нам изначально не известно, будет ли брусок скользить по поверхности тележки, или тележка и брусок будут двигаться как единое целое, без проскальзывания относительно друг друга. Предположим сначала, что имеет место проскальзывание. Это означает, что ускорение тележки a_2 больше, чем ускорение бруска a_1. Сила трения в данном случае представляет собой силу трения скольжения и

$$F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$$

(см. рис.2.20). Тогда

$$ma_1 = F_{\text{тр}} = \mu mg \ ,$$

$$Ma_2 = F - F'_{\text{тр}} = F - \mu mg \ .$$

Из этих уравнений найдем

$$a_1 = \mu g = 4 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = (F - \mu mg)/M = 2{,}5 \text{ м/с}^2.$$

Мы пришли к противоречию: предполагалось, что $a_2 > a_1$, а в результате решения получили $a_2 < a_1$. Следовательно, брусок и тележка двигаются без проскальзывания как единое целое и $a_1 = a_2$. В этом случае

$$ma_1 = F_{\text{тр}} \ ,$$

$$Ma_1 = F - F'_{\text{тр}} \ .$$

Складывая эти уравнения, найдем ускорение

$$a_1 = a_2 = \frac{F}{m+M} \ ,$$

а затем силу трения

$$F_{\text{тр}} = ma_1 = \frac{Fm}{m+M} = 3 \text{ Н}.$$

Заметим, что эта сила трения меньше силы трения скольжения

$$F_{\text{тр ск}} = \mu mg = 4 \text{ Н}.$$

<u>Пример 2. 16.</u> Две шайбы массами m и $2m$, соединенные легкой пружиной, движутся вдоль одной прямой по горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени скорости шайб направлены одинаково (рис.2.21), причем легкая шайба движется замедленно с ускорением $a_1 = 3$ м/с^2. Растянута или сжата пружина в этот момент времени? Определите в этот момент величину a_2 и направление вектора ускорения тяжелой шайбы. Коэффициент трения между каждой шайбой и поверхностью $\mu = 0{,}2$.

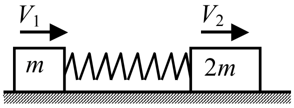


Рис. 2.21.

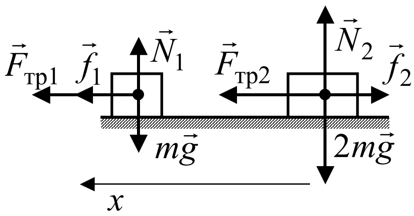


Рис. 2.22.

Решение

Силы трения $\vec{F}_{тр1}$ и $\vec{F}_{тр2}$, действующие на шайбы, направлены противоположно векторам скорости шайб (рис.2.22). Поскольку первая шайба движется замедленно, то вектор ее ускорения направлен против вектора скорости. Ускорение $a_{тр}$, которое может сообщить первой шайбе сила трения $\vec{F}_{тр1}$, равно

$$a_{тр} = F_{тр1} / m = \mu mg / m = \mu g = 2 \text{ м/с}^2.$$

Это ускорение меньше, чем $a_1 = 3$ м/с^2. Следовательно, сила упругости $\vec{f}_1$, действующая на первую шайбу, должна «помогать» силе трения, то есть силы $\vec{f}_1$ и $\vec{F}_{тр1}$ направлены одинаково. Таким образом, приходим к выводу, что пружина в рассматриваемый момент времени сжата, и сила упругости $\vec{f}_2$, действующая на вторую (более массивную) шайбу, направлена, против силы $\vec{F}_{тр2}$.

Запишем второй закон Ньютона для проекций векторных величин на ось x (рис.2.22):

$$ma_1 = \mu mg + f_1,$$

$$2ma_2 = 2\mu mg - f_2.$$

Так как пружина легкая, то $f_1 = f_2$. Складывая записанные выше уравнения, получим

$$a_1 + 2a_2 = 3\mu g.$$

Отсюда найдем

$$a_2 = \frac{3\mu g - a_1}{2} = 1{,}5 \text{ м/с}^2 \quad .$$

2.4. Динамика движения по окружности

Движение материальной точки по окружности всегда происходит с ускорением. Если величина скорости остается постоянной, то вектор ускорения в любой момент времени направлен к центру окружности, а модуль этого вектора равен

$$a_{\text{цс}} = V^2 / R \,.$$

При неравномерном движении по окружности кроме центростремительного ускорения возникает также составляющая ускорения, направленная по касательной к траектории. Однако и в этом случае проекция вектора ускорения на ось, направленную от материальной точки к центру окружности, равна $a_{\text{цс}}$. Именно на такую ось удобно проектировать векторные величины при записи второго закона Ньютона.

Примеры решения задач

Пример 2. 17. Определите высоту H круговой орбиты спутника над поверхностью Земли, если его скорость на этой орбите $V = 6{,}4$ км/с. Радиус Земли $R = 6400$ км. Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли считать равным $g = 10$ м/с^2.

Решение

На спутник действует единственная сила – сила притяжения к Земле (рис.2.23). По закону всемирного притяжения величина этой силы

$$F = G\frac{mM}{(R+H)^2}\,,$$

где G – гравитационная постоянная, m – масса спутника, M – масса Земли. Выбирая ось x, направленную по радиусу круговой орбиты к центру Земли, запишем второй закон Ньютона, для проекций векторных величин на эту ось

$$x: \quad ma_{\text{цс}} = F\,,$$

где

$$a_{\text{цс}} = \frac{V^2}{R+H}\,.$$

Из этих уравнений получим

$$m\frac{V^2}{R+H} = G\frac{mM}{(R+H)^2}.$$

Учтем также, что

$$g = G\frac{M}{R^2}.$$

Окончательно получим

$$H = R\left(\frac{Rg}{V^2} - 1\right) = 3600 \text{ км}.$$

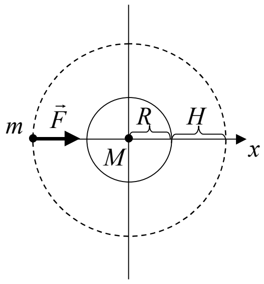


Рис. 2.23.

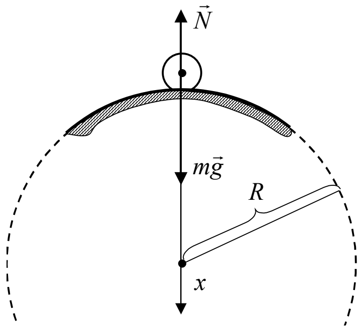


Рис. 2.24.

<u>Пример 2. 18.</u> С какой скоростью V движется велосипедист по выпуклому мосту с радиусом кривизны R = 45 м, если в верхней точке моста давление на дорогу в n = 2 раза меньше, чем при движении на горизонтальном участке?

<u>Решение</u>

На велосипедиста действуют силы тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. В верхней точки моста эти силы действуют вдоль одной прямой в противоположных направлениях (рис.2.24) и сообщают велосипедисту центростремительное ускорение. Выбирая ось x, направленную по радиусу окружности к ее центру, запишем второй закон Ньютона

$$x: \quad m\frac{V^2}{R} = mg - N.$$

Сила давления велосипедиста на дорогу P (его вес) равна по третьему закону Ньютона силе реакции опоры N:

$$P = mg - m\frac{V^2}{R}.$$

На горизонтальном участке дороги центростремительное ускорение равно нулю и вес велосипедиста $P_0 = mg$. По условию задачи

$$P = P_0 / n = mg / n.$$

Следовательно,

$$\frac{mg}{n} = mg - m\frac{V^2}{R}.$$

Отсюда получим

$$V = \sqrt{gR(n-1)/n} = 15 \text{ м/с}.$$

<u>Пример 2. 19.</u> На легкой нерастяжимой нити длиной $l = 90$ см подвешен груз массы $m = 100$ г. Грузу сообщили некоторую скорость, после чего он стал двигаться по окружности в вертикальной плоскости. Скорость груза в момент прохождения точки A (рис.2.25) равна $V = 3$ м/с. Найдите силу натяжения нити T и ускорение груза a в этот момент времени.

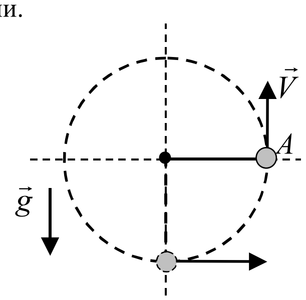


Рис. 2.25.

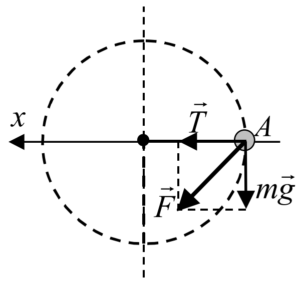


Рис. 2.26.

<u>Решение</u>

На груз действуют силы тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Выбирая ось x, как показано на рис.2.26, запишем второй закон Ньютона

$$x: \quad m\frac{V^2}{l} = T.$$

Подставляя численные значения, найдем $T = 1$ Н. Модуль результирующей силы F, действующей на груз, найдем при помощи теоремы Пифагора:

$$F = \sqrt{T^2 + (mg)^2} \ .$$

Вектор полного ускорение груза по второму закону Ньютона равен $\vec{a} = \vec{F} / m$, а модуль этого вектора

$$a = \sqrt{(V^2 / l)^2 + (g)^2} \approx 14 \text{ м/с}^2 \ .$$

Заметим, что в данном случае сила натяжения нити сообщает грузу центростремительное ускорение, обуславливая поворот вектора скорости, а сила тяжести приводит к возникновению составляющей ускорения, направленной по касательной к траектории. Это ускорение называют касательным или тангенциальным, с ним связано изменение величины скорости.

<u>Пример 2. 20.</u> Шарик массой m = 100 г, подвешенный на легкой нити, равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости (рис.2.27) с ускорением a = 3/4 g. Найдите силу натяжения нити T.

<u>Решение</u>

При равномерном движении шарика по окружности вектор его ускорения направлен по радиусу окружности к ее центру. Так же направлен и вектор результирующей силы $\vec{F}$. Этот вектор является в данном случае суммой вектора силы тяжести $m\vec{g}$ и вектора силы натяжения нити $\vec{T}$ (см. рис.2.28). Учитывая, что

$$ma = F \ ,$$

$$T^2 = (mg)^2 + F^2 \ ,$$

найдем

$$T = m\sqrt{a^2 + g^2} = \frac{5}{4} mg = 1{,}25 \text{ Н.}$$

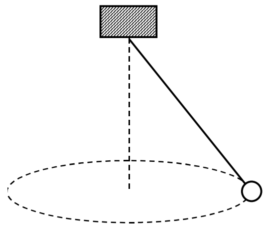


Рис. 2.27.

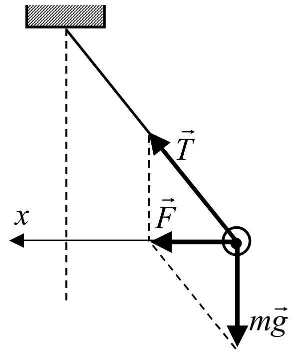


Рис. 2.28.

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Небольшой шарик массой m движется по окружности радиусом r. Определите величину силы F, действующей на шарик, если величина импульса шарика постоянна и равна p.

2.2. Небольшой шарик равномерно движется по окружности. Определите частоту обращения шарика n, если величина действующей на шарик силы равна F, а величина его импульса p.

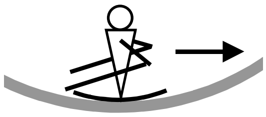
2.3. Определите первую космическую скорость v_1 спутника планеты, масса и радиус которой в два раза больше, чем у Земли. Радиус Земли $R_з = 6400$ км.

2.4. Определите скорость v спутника, движущегося по круговой орбите на высоте $H = 3600$ км над поверхностью Земли.

2.5. С какой скоростью v относительно Земли должен приблизиться транспортный корабль “Прогресс” к международной космической станции (МКС), движущейся по круговой орбите на высоте H = 400 км над поверхностью Земли, чтобы его стыковка со станцией прошла штатно (без удара и перекоса)?

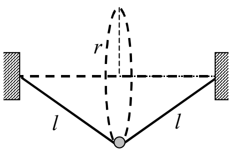
2.6. * Найдите длительность T суток на сферической планете радиуса R, зная, что тела на ее экваторе невесомы. Ускорение свободного падения на полюсе этой планеты равно g.

2.7. Определите вес P лыжника массой $m = 80$ кг в нижней точке вогнутого участка дороги с радиусом кривизны $R = 20$ м, если скорость лыжника в этой точке v = 5 м/с.

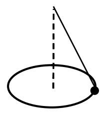


2.8. На легкой нерастяжимой нити длиной $l = 125$ см подвешен груз массы $m = 50$ г. Грузу сообщили некоторую скорость после чего он стал двигаться по окружности в вертикальной плоскости. Скорость груза в момент прохождения верхней точки траектории равна $V = 5$ м/с. Найдите силу натяжения нити T в этот момент времени.

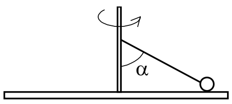
2.9. Небольшой шарик массы m, закрепленный в средней точке легкой нерастяжимой нити длины $2l$, свободно вращается в вертикальной плоскости, двигаясь по окружности радиуса r. Концы нити закреплены на одной горизонтали (см. рис.). Скорость шарика в момент прохождения нижней точки траектории равна V . Найдите силу натяжения нити T в этот момент. Ускорение свободного падения равно g.



2.10. Шарик подвешен на нити длиной $l = 50$ см. Во сколько раз увеличится сила натяжения нити, если шарик раскрутить по окружности радиуса $R = 30$ см в горизонтальной плоскости?



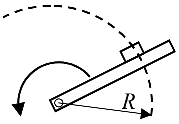
2.11. * Шарик, закрепленный на нити, движется по окружности на гладком горизонтальном столе. Нить составляет угол $\alpha = 60^0$ с вертикальной осью вращения, период обращения $T = 2$ с, длина нити $l = 50$ см, масса шарика $m = 50$ г. С какой силой F шарик действует на стол?



2.12. * Маленький камешек лежит на вершине закрепленного шара радиуса $R = 14$ см. Какую горизонтальную скорость v_0 нужно резким ударом сообщить камешку, чтобы он оторвался от шара сразу на его вершине?

2.13. * С какой скоростью V должен двигаться шарик по внутренней гладкой поверхности сферы радиусом $R = 30$ см, чтобы все время оставаться в горизонтальной плоскости на высоте $H = 12$ см от нижней точки сферы?

2.14. * Шайбу, находящуюся на горизонтальном столе, тянут за нить так, что она движется по окружности радиуса $r = 0{,}5$ м с постоянной скоростью $V = 1$ м/с. При этом нить все время параллельна поверхности стола и составляет угол $\alpha = 45^0$ с вектором скорости шайбы. Определите коэффициент трения μ между столом и шайбой.



2.15. ** Расположенную на горизонтальном столе линейку вращают с частотой $n = 0{,}5$ с$^{-1}$ вокруг одного из ее концов, толкая по столу небольшой брусок. Найдите максимальное расстояние R_m от бруска до оси вращения, при котором брусок и линейка будут двигаться как единое целое. Коэффициент трения между бруском и столом $\mu_C = 0{,}5$, между бруском и линейкой $\mu_Л = 0{,}4$.

2.5. Статика и гидростатика

Статикой называется раздел механики, изучающий условия равновесия тел - условия, при выполнении которых все точки механической системы находятся в покое в рассматриваемой системе отсчета. Если тело находится в равновесии, то для любой малой частицы этого тела должно выполняться уравнение $\Delta m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i = 0$, где $\vec{F}_i$ - векторная сумма всех сил, действующих на данную частицу, Δm_i - ее масса, $\vec{a}_i$ - ускорение. Кроме того, в какой-то начальный момент времени скорости всех частиц тела должны быть равны нулю. Полученная система уравнений в общем случае весьма сложна для решения, так как необходимо учесть все силы взаимодействия между частицами тела, а также внешние силы, действующие на данное тело со стороны других тел. Однако для твердого тела удается получить два следующих условия равновесия.

Во-первых, для равновесия необходимо, чтобы векторная сумма всех внешних сил, действующих на тело, была равна нулю:

$$\boxed{\vec{F}_р = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0},$$

При выполнении этого условия, по крайней мере, одна точка тела, его центр масс, будет находиться в равновесии (если эта точка покоилась в какой-то начальный момент времени).

Во-вторых, для равновесия необходимо, чтобы была равной нулю алгебраическая сумма моментов всех внешних сил, действующих на тело, относительно какой-либо оси:

$$\boxed{M_1 + M_2 + M_3 + ... = 0}.$$

Моментом M силы F называется величина равная произведению модуля силы на плечо силы:

$$\boxed{|M| = Fd}.$$

Плечо d силы равно длине перпендикуляра, проведенного от оси вращения до линии действия силы (это кратчайшее расстояние от линии действия силы до оси вращения). Момент силы характеризует вращающее действие силы относительно выбранной оси. Положительными считаются моменты тех сил, которые стремятся повернуть тело против часовой стрелки.

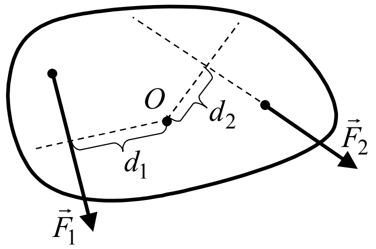


Рис. 2.29.

На рис.2.29 изображено тело, которое может вращаться вокруг оси O, перпендикулярной плоскости чертежа. На рисунке указаны приложенные к телу силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, а также плечи этих сил d_1 и d_2. Суммарный момент этих сил относительно оси O равен

$$M = F_1 d_1 - F_2 d_2 .$$

Гидростатика. На тело, погруженное в жидкость или газ, действуют силы, распределенные по поверхности тела. Для описания таких распределенных сил вводится новая физическая величина – давление. Давление определяется как отношение модуля силы $\vec{F}$, действующей перпендикулярно поверхности, к площади S этой поверхности:

$$P = F / S .$$

Давление можно определить для каждой бесконечно малой площадки в жидкости или газе. Выяснилось, что давление не зависит от ориентации этой площадки (закон Паскаля). Поэтому давление является скалярной величиной, определенной для каждой точки жидкости или газа. В системе СИ давление измеряется в паскалях (Па).

Давление в жидкости зависит от глубины и давления газа над поверхностью жидкости. Рассмотрим некоторый мысленно выделенный цилиндрический столбик жидкости высотой h с площадью основания S (рис.2.30). Поскольку столбик жидкости находится в равновесии, то

$$mg + P_0 S = PS\ ,$$

где $m = \rho h S$ - масса жидкости в выделенном объеме, ρ - плотность жидкости, P_0 – давление газа над жидкостью, P – давление жидкости на глубине h. Отсюда следует

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h}\ .$$

Это давление называют гидростатическим давлением.

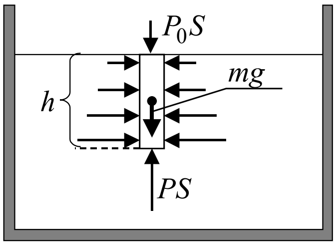


Рис. 2.30.

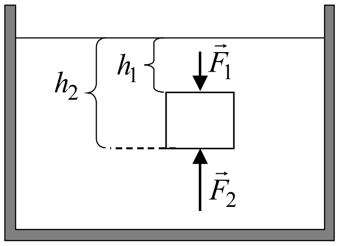


Рис. 2.31.

Из-за разности давлений в жидкости на разных уровнях возникает выталкивающая или архимедова сила $\vec{F}_A$. Рассмотрим в качестве простого примера погруженное в жидкость тело в виде цилиндра высотой h с площадью основания S (рис.2.31). Разность сил давления на нижнее и верхнее основания равна

$$F_2 - F_1 = P_2 S - P_1 S = \rho g (h_2 - h_1) S\ .$$

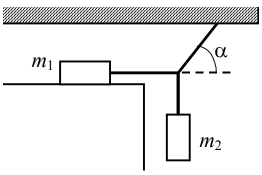
Но $(h_2 - h_1)S = V$ - объем погруженной части тела (объем вытесненной жидкости). Таким образом, выталкивающая сила направлена вверх и равна

$$\boxed{F_A = \rho g V}\ .$$

Эта формула, выражающая закон Архимеда, справедлива для тела произвольной формы, которое погружено в жидкость или газ.

Примеры решения задач

Пример 2. 21. В системе, изображенной на рисунке, масса груза m_1 = 1,6 кг, коэффициент трения между этим грузом и горизонтальной по-



верхностью $\mu = 0{,}25$. Одна нить горизонтальна, другая вертикальна, третья нить составляет с горизонтом угол $\alpha = 45°$. При какой максимальной массе груза m_2 система будет находиться в равновесии?

Решение

На рис.2.32 изобразим силы, действующие на грузы, а также силы, приложенные к узлу *O*. Так как грузы находятся в равновесии, то

$$T_1' = F_{тр}, \quad N_1 = m_1 g, \quad T_2' = m_2 g .$$

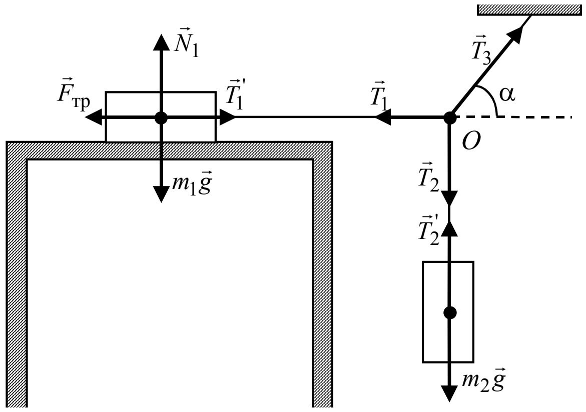


Рис. 2.32.

Векторная сумма сил, приложенных к узлу *O*, равна нулю. Следовательно,

$$T_3 \cos\alpha - T_1 = 0,$$
$$T_3 \sin\alpha - T_2 = 0.$$

Учтем также, что

$$T_1' = T_1, \quad T_2' = T_2 .$$

При постепенном увеличении массы груза m_2 равновесие системы нарушится, когда сила трения достигнет своей максимальной величины

$$F_{тр} = \mu N_1 .$$

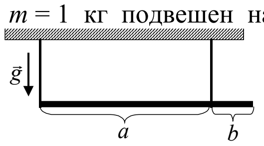
Из записанных выше уравнений получим

$$\frac{T_3 \sin\alpha}{T_3 \cos\alpha} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 g}{\mu m_1 g},$$

откуда

$$m_2 = \mu m_1 \mathrm{tg}\alpha = 0{,}4 \text{ кг}.$$

Пример 2. 22. Однородный стержень массой $m = 1$ кг подвешен на двух нитях одинаковой длины, как показано на рисунке. Определите силы натяжения нитей, если $a = 80$ см, $b = 20$ см.



Решение

Силы, действующие на стержень, изображены на рис.2.33 (силу тяжести mg всегда следует прикладывать к центру масс тела – только в этом случае момент силы mg, равен суммарному моменту всех сил тяжести, действующих на отдельные части тела). При равновесии векторная сумма всех сил, действующих на стержень, равна нулю. Следовательно

$$T_1 + T_2 - mg = 0\,.$$

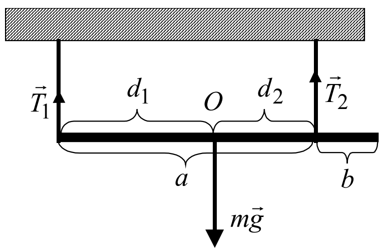


Рис. 2.33.

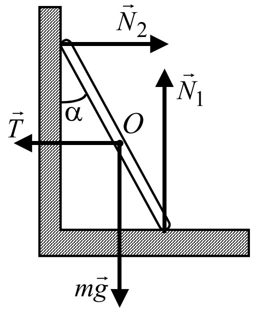


Рис. 2.34.

В качестве оси вращения стержня выберем ось O, проходящую через середину стержня перпендикулярно нитям и стержню. Так как стержень находится в равновесии, то суммарный момент всех сил относительно этой оси равен нулю:

$$T_2 d_2 - T_1 d_1 = 0\,,$$

Плечи сил, как видно из рисунка, равны

$$d_1 = \frac{a+b}{2}, \quad d_2 = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2}\,.$$

После простых преобразований получим

$$T_1 = \frac{mg(a-b)}{2a} = 3{,}75\ \text{Н}, \quad T_2 = \frac{mg(a+b)}{2a} = 6{,}25\ \text{Н}.$$

<u>Пример 2. 23.</u> Однородная палочка массой *m* опирается на скользкий прямой угол, образуя с вертикалью угол α. Палочка удерживается в этом положении горизонтальной нитью, прикрепленной к ее середине. Найдите силу натяжения нити *T*.

<u>Решение</u>

Силы, действующие на палочку, изображены на рис.2.34. При равновесии векторная сумма всех сил, действующих на палочку, равна нулю: $m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{T} = 0$. Для проекций сил на горизонтальную и вертикальную оси можно записать:

$$0 = N_2 - T\ ,$$

$$0 = N_1 - mg\ .$$

Кроме того, равен нулю суммарный момент всех сил, действующих на палочку. Удобно в качестве оси вращения выбрать ось *O*, проходящую через середину палочки и перпендикулярную плоскости чертежа (поскольку палочка находится в равновесии, то она не вращается относительно любой оси). Моменты сил тяжести и натяжения нити относительно этой оси равны нулю, так как плечо каждой из этих сил равно нулю. Момент силы $\vec{N}_1$ относительно оси *O* равен

$$M_1 = N_1(l/2)\sin\alpha\ ,$$

где *l* – длина палочки, а момент силы $\vec{N}_2$ равен

$$M_2 = -N_2(l/2)\cos\alpha$$

(момент M_2 отрицателен, поскольку сила $\vec{N}_2$ стремится повернуть тело по часовой стрелке). Итак, суммарный момент равен нулю:

$$N_1\frac{l}{2}\sin\alpha - N_2\frac{l}{2}\cos\alpha = 0\ .$$

Из записанных выше уравнений найдем

$$\frac{T}{mg} = \frac{N_2}{N_1} = \text{tg}\alpha\ .$$

Отсюда

$$T = mg\,\text{tg}\alpha\ .$$

<u>Пример 2. 24.</u> Льдина постоянной толщины плавает в воде, выступая на $H = 4$ см над поверхностью воды. Определите массу льдины m, если ее площадь $S = 50$ м^2. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3.

<u>Решение</u>

Действующая на льдину сила тяжести уравновешена силой Архимеда:

$$mg = F_A = \rho_л g V\ ,$$

где V – объем погруженной части льдины. Для массы льдины можно также записать

$$m = \rho_в (V + SH)\ .$$

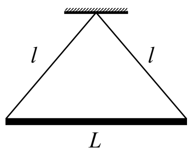
Решая полученную систему уравнений, найдем

$$m = \rho_в \rho_л SH / (\rho_в - \rho_л) = 18 \text{ т.}$$

<u>Задачи для самостоятельного решения</u>

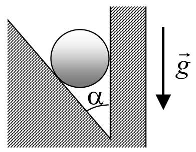
2.16. Подвешенный на нити груз массой m = 40 г отвели в сторону горизонтальной силой F = 0,3 Н. Определите силу натяжения нити T.

2.17. Однородный стержень длиной L = 1,2 м висит на двух легких нитях длиной l = 1 м каждая. Сила натяжения каждой нити T = 5 Н. Определите массу m стержня.



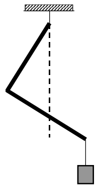
2.18. К середине легкой нерастяжимой нити, прикрепленной двумя концами к потолку, подвешен груз массой m = 1 кг. Длина нити L = 1 м, расстояние между ее концами l = 0,6 м. Определите величину T силы натяжения нити.

2.19. * Однородный гладкий шар положили в угол, как показано на рисунке. Определите силу F, с которой шар действует на вертикальную стенку. Масса шара m = 1 кг, угол $\alpha = 30^0$. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

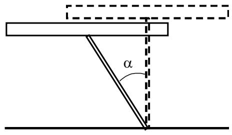


<u>Момент сил</u>

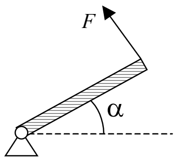
2.20. Неравноплечные весы находятся в равновесии. Если на их левую чашку положить груз, то он уравновешивается гирями массой m_1 = 900 г на правой чашке. Если этот же груз положить на правую чашку, убрав гири, то он уравновешивается гирями массой m_2 = 400 г на левой чашке. Определите массу m груза.



2.21. ** Стержень массой m_1 = 4 кг согнули посередине под прямым углом и подвесили на нити, привязанной к одному из концов. Найдите массу m_2 груза, который следует прикрепить к другому концу стержня, чтобы середина нижней половины стержня оказалась на одной вертикали с точкой подвеса.

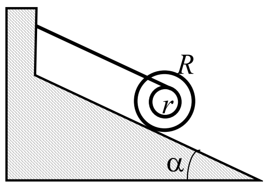


2.22. ** Карандаш поставили вертикально на стол и придавили массивной книгой, придерживая ее в горизонтальной плоскости. На какой максимальный угол можно отклонить карандаш от вертикали до его падения на стол за счет медленного и поступательного перемещения книги? Коэффициент трения между карандашом и столом μ_1 = 0,5, между карандашом и книгой μ_2 = 0,2. Принять, что действующая на карандаш сила тяжести значительно меньше силы, которая прижимает карандаш к столу.



2.23. ** Однородный стержень массы m = 1 кг может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. С какой по величине силой f стержень действует на эту ось, если его неподвижно удерживают под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту, прикладывая к верхнему концу силу, перпендикулярную стержню?

2.24. ** Анатолий и Борис несут бревно, медленно поднимаясь по лестнице. Анатолий идет первым, прикладывая к верхнему концу бревна минимально возможную для его удержания силу. Во сколько раз большую силу должен прикладывать Борис к нижнему концу бревна? Бревно однородное и составляет угол $\alpha = 30^0$ с горизонтом.



2.25. ** На наклонной плоскости при помощи нити удерживается катушка. Предельный угол наклона плоскости к горизонту, при котором катушка остается в покое, равен α. Определите коэффициент трения μ между катушкой и плоскостью. Внутренний радиус катушки r, внешний R. Ось катушки горизонтальна, нить параллельна наклонной плоскости.

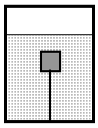
Гидростатика

2.26. Тело, плавая в керосине, погружается на $\delta_1 = 3/4$ своего объема. Какая часть δ_2 объема тела окажется погруженной, если его опустить в воду? Плотность керосина $\rho_1 = 800$ кг/м^3, плотность воды $\rho_2 = 1000$ кг/м^3.

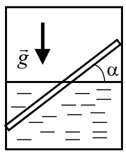
2.27. Полено объемом $V = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м^3 и плотностью $\rho = 800$ кг/м^3 плавает в воде. Какой объем V_1 полена находится над поверхностью воды?

2.28. Сплошной однородный шар, до половины погруженный в воду, лежит на дне сосуда и давит на него с силой, равной одной трети действующей на шар силы тяжести. Будет ли плавать этот шар в глубоком сосуде, заполненном водой? Ответ обосновать.

2.29. * Полярники на дрейфующей льдине толщиной $d = 5$ м пробурили скважину, чтобы достать воду. Какой длины l веревка им понадобится?



2.30. * В цилиндрическом стакане с помощью прикрепленной к его дну нити удерживается полностью погруженным в воду кубик льда. Определите силу натяжения T нити, если известно, что после того, как лед растаял, уровень воды в стакане понизился на ΔH. Площадь поперечного сечения стакана S, плотность воды ρ, ускорение свободного падения g.



2.31. ** С какими силами N давит на гладкую боковую поверхность цилиндрического стакана однородная палочка массы $m = 40$ г, наполовину погруженная в воду? Угол наклона палочки к горизонту равен $\alpha = 45^0$.

Ответы

2.1. $F = p^2 / mr$

2.2. $n = F / 2\pi p$

2.3. $v_1 = \sqrt{gR_з} \approx 8$ км/с

2.4. $v = R_з \sqrt{g / (R_з + H)} = 6{,}4$ км/с

2.5. $v = R\sqrt{g / (R + H)} \approx 7{,}8$ км/с

2.6. $T = 2\pi \sqrt{R / g}$

2.7. $P = mg + (mv^2 / R) =$ 900 Н

2.8. $T = (mV^2 / l) - mg = 0{,}5$ Н

2.9. $T = \left(\dfrac{mV^2}{r} + mg\right)\dfrac{l}{2r}$

2.10. $n = l / \sqrt{l^2 - R^2} = 1{,}25$

2.11. $F = mg\left(1 - \dfrac{4\pi^2 l \cos\alpha}{gT^2}\right) \approx 0{,}38$ Н

2.12. $v_0 \geq \sqrt{gR} \approx 1{,}2$ м/с

2.13. $V = \sqrt{gH(2R - H)/(R - H)} \approx 1{,}8$ м/с

2.14. $\mu = (V^2 / rg)\mathrm{ctg}\alpha = 0{,}2$

2.15. $R_m = \dfrac{\mu_C \mu_Л g}{(2\pi n)^2} \approx 20$ см

2.16. $T = \sqrt{(mg)^2 + F^2} = 0{,}5$ Н

2.17. $m = (2T/g)\sqrt{1-\left(L/2l\right)^2} = 0{,}8$ кг

2.18. $T = mgL/(2\sqrt{L^2 - l^2}) = 6{,}25$ Н

2.19. $F = mg\mathrm{ctg}\alpha \approx 17$ Н

2.20. $m = \sqrt{m_1 m_2} =$ 600 г

2.21. $m_2 = m_1/4 = 1$ кг 13%

2.22. $\mathrm{tg}\alpha = \mu_2$, $\alpha \approx 180^0 \mu_2/\pi \approx 11^0$

2.23. $F = mg\sqrt{1-(3/4)\cos^2\alpha} \approx$ 6,6 Н

2.24. $\dfrac{F_Б}{F_A} = \sqrt{\dfrac{4}{\cos^2\alpha} - 3} \approx 1{,}5$

2.25. $\mu = \dfrac{r\mathrm{tg}\alpha}{r+R}$

2.26. $\delta_2 = (\rho_1/\rho_2)\delta_1 = 0{,}6$

2.27. $V_1 = (\rho_в - \rho)V/\rho_в = 3\cdot 10^{-3}$ м^3

2.28. $\rho_ш = (3/4)\rho_в$ - шар будет плавать.

2.29. $l = d(\rho_в - \rho_л)/\rho_в = 0{,}5$ м

2.30. $T = \rho g \Delta H S$

2.31. $N = \left(mg/4\right)\cdot \mathrm{ctg}\alpha = 0{,}1$ Н