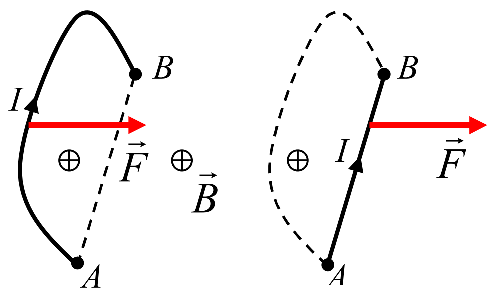
9. Силы Ампера

(Примеры решения задач)

Пример 1.

Докажите, что сила Ампера, действующая со стороны однородного магнитного поля на криволинейный участок контура с током *I*, не зависит от формы участка и равна силе, действующей на прямолинейный проводник с током *I*, соединяющий концы рассматриваемого участка (рис.).



Решение.

Сила Ампера, действующая на малый фрагмент провода равна $d\vec{F} = I[d\vec{l}\,\vec{B}]$. При интегрировании по всему проводу учтем, что величины I и $\vec{B}$ постоянные:

$$\vec{F} = I\left[\int_A^B d\vec{l}\,,\ \ \vec{B}\right].$$

Но $\int_A^B d\vec{l} = \vec{l}_{AB}$ - вектор, проведенный из *A* в *B*. Таким образом,

$$\overline{F} = I\left[\vec{l}_{AB}\vec{B}\right],$$

То есть сила совпадает с той, которая действовала бы на прямолинейный проводник AB с током *I*.

Пример 2.

Тонкий металлический стержень согнули в виде прямого угла со сторонами *a*, *b*, пустили по стержню ток *I* и поместили в однородное магнитное поле с индукцией *B*. Определите максимальную и минимальную величину силы Ампера, которая будет действовать на стержень при его различной ориентации в магнитном поле.

Решение.

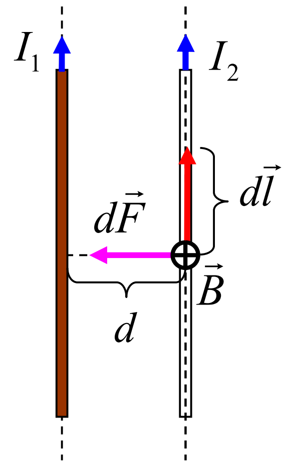
Для определения силы Ампера достаточно рассмотреть силу, действующую на прямолинейный проводник с током *I*, соединяющий концы изогнутого стержня. Модуль этой сила равен $F = I\sqrt{a^2+b^2}B\sin\alpha$, где α - угол между вектором магнитной индукции и прямой, соединяющей концы изогнутого стержня. Максимальное значение силы $F_m = IB\sqrt{a^2+b^2}$ достигается, когда указанная прямая перпендикулярна вектору индукции, а минимальное значение силы 0, когда прямая параллельна индукции.

Пример 3.

Два длинных параллельных прямых провода находятся на расстоянии d друг от друга. По проводам текут в одном направлении токи I_1 и I_2. Определите величину силы взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины проводов.

Решение.

Ток I_1 первого провода создает магнитное поле, индукция $\vec{B}$ которого в точках, где расположен второй провод, равна



$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Направление вектора $\vec{B}$ показано на рисунке. Эту формулу можно получить, используя закон Био-Савара, или при помощи теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$.

Найдем силу Ампера, действующую на малый фрагмент второго провода длиной $d\vec{l}$:

$$d\vec{F} = I_2[d\vec{l}\vec{B}].$$

Направление этой силы показано на рисунке, а ее модуль равен:

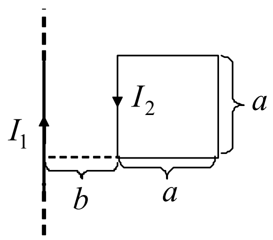
$$dF = I_2 dlB = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины проводов, равна

$$f = \frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}.$$

Пример 4.

Прямой длинный провод и квадратная проволочная рамка лежат в одной плоскости на расстоянии b друг от друга, как показано на рисунке. Ток в проводе равен I_1, ток в рамке I_2. Определите величину F силы Ампера, которая действует на рамку со стороны провода с током I_1.



Решение.

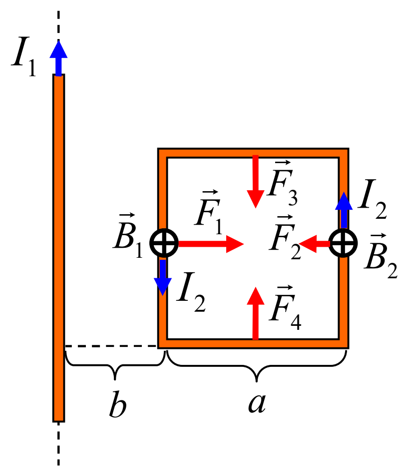
В точках, удаленных от провода на расстояние b, индукция магнитного поля, созданного током I_1, равна

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}.$$

В точках, удаленных от провода на расстояние $a + b$, магнитное поле равно

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+b)}.$$

При помощи выражения $d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}]$ найдем направления и величины сил Ампера, действующих на стороны рамки с током:



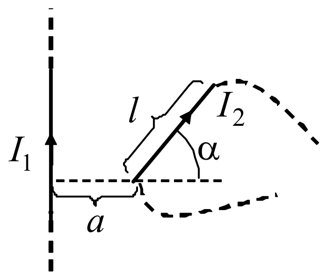
$$F_1 = I_2 B_1 a, \qquad F_2 = I_2 B_2 a.$$

Силы F_3 и F_4 вычисляются сложнее, поскольку вдоль соответствующих сторон рамки магнитное поле изменяется, однако нет необходимости проводить интегрирование, поскольку в силу симметрии $\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$. Поскольку $B_1 > B_2$, то $F_1 > F_2$. Поэтому рамка будет отталкиваться от провода с силой $F = F_1 - F_2$.После подстановок получим ответ

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi b(a+b)}.$$

<u>Пример 5.</u>

Прямой длинный провод и прямой проводник длиной l лежат в одной плоскости. По проводу протекает ток I_1, а по проводнику – ток I_2. Известны расстояние a и угол α, определяющие положение проводника относительно провода (рис.). Укажите на рисунке направление силы Ампера, действующей на проводник, и определите величину этой силы.



<u>Решение</u>.

На каждый малый элемент проводника длиной dl со стороны магнитного поля $\vec{B}$, созданного током I_1, действует сила Ампера

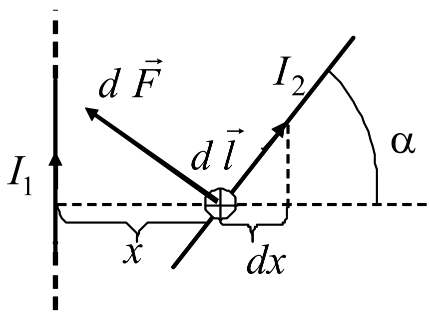
$$d\vec{F} = I_2[d\vec{l}\vec{B}],$$

где вектор $d\vec{l}$ направлен вдоль тока I_2 в проводнике.

Магнитное поле прямого бесконечно длинного проводника с током I_1 во всех точках, где располагается проводник с током I_2, направлено «от нас» в плоскость чертежа. Величина вектора индукции зависит от расстояния x от провода-источника поля до элемента dl:

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}.$$

Направление вектора $d\vec{F}$ показано на рисунке, модуль этого вектора равен



$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl \sin(\pi/2)}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi x}.$$

Из рисунка видно, что

$$dl\cos\alpha = dx.$$

Поэтому

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\alpha}\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\alpha}\ln\frac{x_2}{x_1}.$$

Учитывая, что $x_1 = a$, а $x_2 = a + l\cos\alpha$ - расстояния от концов проводника до провода, получим

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\alpha}\ln\left(1 + \frac{l}{a}\cos\alpha\right).$$