

# Поляризация

## Примеры решения задач

### Пример 1.

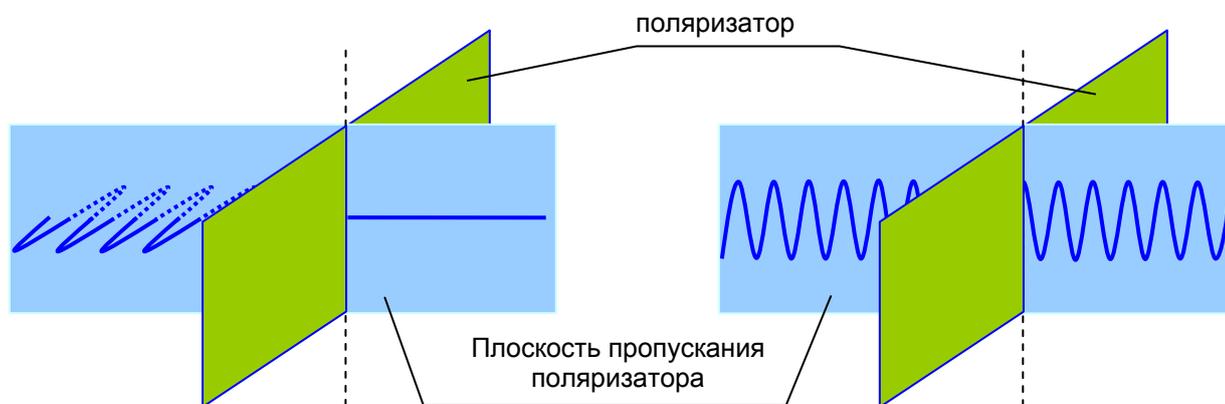
При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит  $\eta_1 = 30\%$  светового потока, а через два таких поляризатора  $\eta_2 = 13,5\%$ . Найдите угол  $\varphi$  между плоскостями пропускания этих поляризаторов.

### Решение.

Плоская волна называется линейно поляризованной или плоскополяризованной, если электрический вектор  $\vec{E}$  все время лежит в одной плоскости. Эта плоскость называется плоскостью колебаний или плоскостью поляризации.

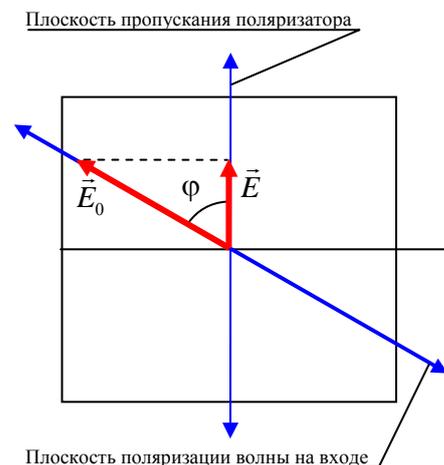
Естественный свет, испущенный нагретыми телами, не является поляризованным: в нем в каждый момент времени векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{k}$  хотя и остаются взаимно перпендикулярными, но направление вектора  $\vec{E}$  (и  $\vec{H}$ ) беспорядочно изменяется с течением времени. Это связано с тем, что естественный свет обусловлен наложением волн, одновременно излучаемых огромным числом атомов нагретого тела.

Линейно поляризованный свет можно получить, пропустив естественный свет через устройство, называемое поляризатором. Поляризатор сильно поглощает световые волны, в которых электрический вектор перпендикулярен некоторой плоскости, называемой плоскостью пропускания поляризатора. Если же электрический вектор волны параллелен плоскости пропускания поляризатора, то такая волна проходит через поляризатор без поглощения (рис.).



Поляризатором может являться пластинка турмалина, вырезанная определенным образом, или искусственно приготовленные пленки (поляроиды), а также другие устройства.

Пусть линейно поляризованный свет амплитудой  $E_0$  и интенсивностью  $I_0 \sim E_0^2$  падает на поляризатор, плоскость пропускания которого составляет угол  $\alpha$  с плоскостью поляризации падающей волны. Тогда, как видно из рисунка, амплитуда  $E$  и интенсивность  $I$  прошедшей через поляризатор волны определяются формулами:

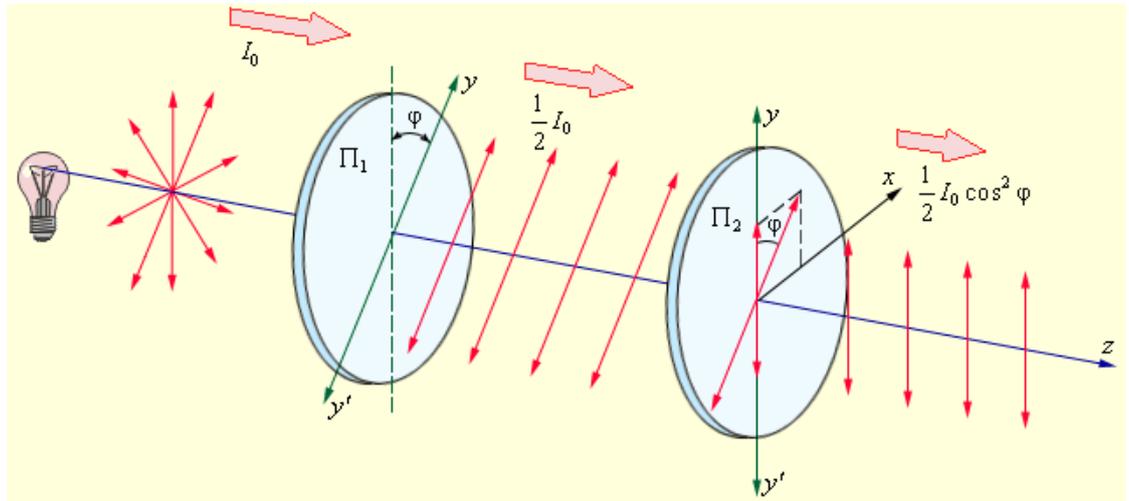


$$E = E_0 \cos^2 \varphi,$$

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Для естественного света угол  $\varphi$  принимает равновероятно значения от 0 до  $2\pi$ . Поскольку среднее значение  $\langle \cos^2 \varphi \rangle = 1/2$ , то естественный свет после прохождения через поляризатор ослабляется в 2 раза и становится плоскополяризованным.

Если на пути естественного света интенсивности  $I_0$  поставить один за другим два поляризатора так, что угол между их плоскостями пропускания равен  $\varphi$ , то на выходе получим плоскополяризованный свет интенсивностью  $I = (I_0 / 2) \cos^2 \varphi$  (рис.).



Поляризаторы, о которых идет речь в условии задачи, не идеальны и некоторая доля  $\beta$  светового потока в направлении пропускания поляризатора поглощается. Через первый поляризатор пройдет  $\frac{\Phi_0}{2}(1-\beta)$  светового потока, по условию задачи этот поток равно  $\eta_1\Phi_0$ :

$$\frac{\Phi_0}{2}(1-\beta) = \eta_1\Phi_0.$$

На второй поляризатор падает поток  $\eta_1\Phi_0$  и по закону Малюса с учетом поглощения выходит поток, равный

$$\eta_1\Phi_0(1-\beta)\cos^2 \alpha = \eta_2\Phi_0.$$

Из этих уравнений:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\eta_1} \sqrt{\frac{\eta_2}{2}} = 0,866 \approx \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \alpha = 30^\circ.$$

### Пример 2.

Пучок естественного света падает на систему из  $N = 6$  поляризаторов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол  $\varphi = 30^\circ$  относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через эту систему?

#### Решение.

Если  $I_0$  - интенсивность падающего света, то на выходе первого поляризатора интенсивность будет равна  $I_1 = I_0/2$ , на выходе второго -  $I_2 = (I_0/2)\cos^2 \varphi$ , третьего -  $I_3 = (I_0/2)\cos^4 \varphi$ , на выходе  $N$ -го поляризатора интенсивность равна  $I_N = (I_0/2)\cos^{2(N-1)} \varphi$ . Для  $N = 6$  получаем «коэффициент пропускания»

$$I_6/I_0 = (1/2)(\cos 30^\circ)^{10} \approx 0,12.$$

### Пример 3.

Степень поляризации частично поляризованного света  $P = 0,25$ . Найдите отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

#### Решение.

Интенсивность падающего на поляризатор света равна

$$I_1 = I_e + I_p,$$

где  $I_e$  и  $I_p$  - интенсивности естественной и поляризованной составляющих. На выходе поляризатора получим

$$I_2 = \frac{1}{2}I_e + I_p \cos^2 \varphi.$$

Интенсивность  $I_2$  максимальна, когда угол  $\varphi$  между плоскостью поляризации и плоскостью пропускания поляризатора равен 0, а минимальна при  $\varphi = \pi/2$ . Соответствующие значения интенсивности равны:

$$I_{\max} = \frac{1}{2}I_e + I_p, \quad I_{\min} = \frac{1}{2}I_e.$$

Степень поляризации частично поляризованного света определяется формулой

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

подставляя в которую значения максимальной и минимальной интенсивностей, получим:

$$P = \frac{I_p}{I_e + I_p} = \frac{I_p}{I_1}.$$

Окончательно получим:

$$\frac{I_p}{I_e} = \frac{P}{1-P} \approx 0,3.$$

#### Пример 4.

Показать с помощью формул Френеля для интенсивности отраженного света

$$I'_{\perp} = I_{\perp} \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}, \quad I'_{\parallel} = I_{\parallel} \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{tg}^2(\theta_1 + \theta_2)}, \quad (1)$$

что отраженный от поверхности диэлектрика свет будет полностью поляризован, если  $\operatorname{tg}\theta_1 = n$ , где  $n$  - показатель преломления диэлектрика. Каков при этом угол между отраженным и преломленным лучами?

В формуле (1)  $I_{\perp}$  и  $I_{\parallel}$  - интенсивности падающего света, у которого колебания светового вектора соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  - углы падения и преломления

Решение.

Из закона преломления

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n$$

и условия

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right)} = n$$

следует, что  $\theta_2 = \pi/2 - \theta_1$ . Поэтому  $\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_2) = \operatorname{tg}(\pi/2) \rightarrow \infty$  и интенсивность отраженного света  $I'_{\parallel} = 0$ . Это означает, что отраженная волна линейно поляризована перпендикулярно плоскости падения. Соответствующий угол падения, удовлетворяющий условию  $\operatorname{tg}\theta_1 = n$ , называют углом Брюстера. Из условия  $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$  следует, что отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.