Интерференция света

Примеры решения задач

Пример 1.

Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр (λ_1 = 0,50 мкм) заменить красным (λ_2 = 0,65 мкм)?

Решение.

1. Пусть S_1 и S_2 когерентные источники и в испускаемых источниками волнах векторы напряженности $\vec{E}$ совершают колебания в одном направлении. Тогда в некоторой точке *P*, удаленной от источников на расстояния r_1 и r_2 (рис.), проекция вектора $\vec{E}$ на некоторое направление зависит от времени *t* по закону

$$E = E_1\cos(\omega t - kr_1 + \alpha_1) + E_2\cos(\omega t - kr_2 + \alpha_2) = E_1\cos(\omega t + \varphi_1) + E_2\cos(\omega t + \varphi_2),$$

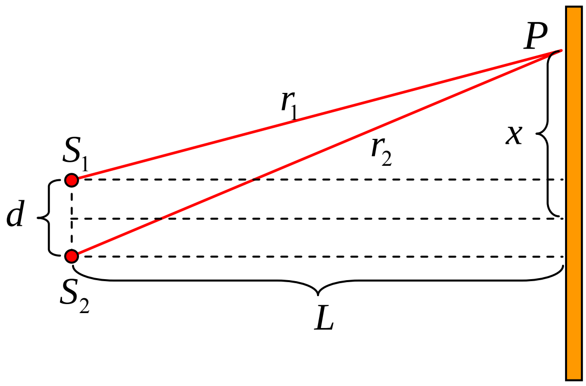
где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, $\varphi_1 = -kr_1 + \alpha_1$, $\varphi_2 = -kr_2 + \alpha_2$ - фазы колебаний.

Воспользовавшись методом векторных диаграмм, получим

$$E = E_m\cos(\omega t + \varphi),$$

где

$$E_m^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$



Поскольку интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды напряженности поля, то

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где I_1 и I_2 - интенсивности волн, испускаемых источниками S_1 и S_2, а I интенсивность результирующего волнового поля в точке *P*. Видно, что интенсивность в точке *P* не равна сумме интенсивностей падающих волн, а зависит от разности фаз колебаний волн в этой точке, причем разность фаз

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

зависит от положения точки наблюдения *P*. Величину $\Delta = r_2 - r_1$ называют разностью хода волн. Тогда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta.$$

Если начальные фазы и интенсивности I_1 и I_2 одинаковы ($\alpha_1 = \alpha_2$, $I_1 = I_2$), то

$$I = 2I_1\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\right)\right].$$

Интенсивность волны максимальна и равна $I = 4\,I_1$ в тех точках, для которых

$$\Delta = m\lambda, \qquad m = 0, 1, 2, 3..,$$

то есть, когда разность хода равна целому числу длин волн. В этом случае колебания в точке *P*, вызванные источниками, происходят в одинаковых фазах.

При

$$\Delta = m\lambda + \frac{\lambda}{2},$$

интенсивность волны в точке наблюдения *P* равна нулю ($I = 0$). В этом случае в точке *P* складываются колебания, смещенные по фазе на $\pi + 2\pi m$.

2. Если экран расположен на расстоянии L от источников, а точка *P* на расстоянии x от центра экрана (см. рис.), то

$$\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + L^2 = r_1^2, \quad \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + L^2 = r_2^2.$$

Отсюда

$$(r_2 - r_1)(r_1 + r_2) = 2xd.$$

Полагая, что $d << x << L$, получим:

$$r_2 + r_1 \approx 2L,$$

$$\Delta = r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_1 + r_2} \approx \frac{d}{L}x.$$

Интенсивность света в плоскости экрана равна:

$$I = 2I_1\left[1 + \cos\frac{2\pi d}{\lambda L}x\right].$$

Интенсивность максимальна при

$$\frac{2\pi d}{\lambda L}x_m = 2\pi m.$$

То есть в точках с координатами:

$$x_m = \frac{L\lambda}{d}m.$$

Целое число m называется порядком интерференции.

Если источники света представляют собой тонкие нити (освещенные щели), перпендикулярные плоскости чертежа, то на экране будут наблюдаться чередующиеся светлые и темные полосы (интерференционная картина). Ширину интерференционной полосы (расстояние между соседними максимумами или минимумами) вычислим из формул

$$x_m = \frac{L\lambda}{d}m, \quad x_{m+1} = \frac{L\lambda}{d}(m+1).$$

Получим

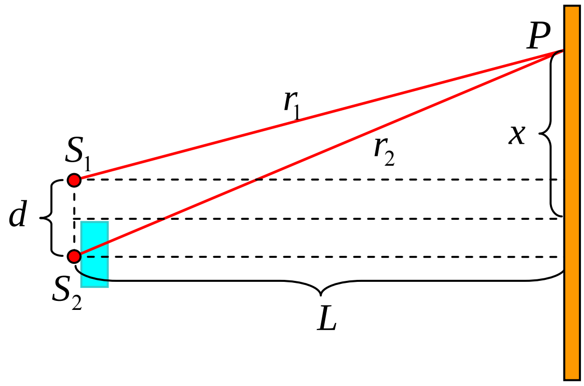
$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{L\lambda}{d}.$$

3. Вычисляем для рассматриваемой задачи:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0{,}50}{0{,}65} = \frac{1}{1{,}3} \approx 0{,}77.$$

Пример 2.

Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на преграду с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на $d = 2{,}5$ мм. На экране, расположенном за преградой на расстоянии $l = 100$ см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщины $h = 10$ мкм.



Решение.

Предположим, что стеклянной пластинкой перекрыли щель S_2 (рис). Скорость света в стекле $\upsilon = c/n$ меньше, чем в вакууме (n - показатель преломления стекла), поэтому пластинка приводит к дополнительному фазовому сдвигу:

$$\Delta\varphi = kh - k_0 h = h\left(\frac{2\pi}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda_0}\right) = \frac{2\pi h}{\lambda_0}(n-1),$$

где λ_0 - длина волны в вакууме, $\lambda = \lambda_0 / n$ - длина волны в стекле. Поскольку разность фаз и разность хода $\Delta = r_2 - r_1$ связаны соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$

то внесении стеклянной пластинки эквивалентно увеличению разности хода волн на величину $h(n-1)$. Полученное в примере 1 условие максимума порядка m при наличии стеклянной пластинки толщиной h принимает вид:

$$\Delta = r_2 - r_1 + h(n-1) = m\lambda_0 .$$

Величину Δ называют оптической разностью хода волн, которая в общем случае определяется выражением

$$\Delta = \int n_2 dl - \int n_1 dl ,$$

где n_1 и n_2 - показатели преломления сред, через которые проходят интерферирующие волны, распространяясь от источника до точки наблюдения по двум различным «траекториям».

Как и в примере 1, получим

$$r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_1 + r_2} \approx \frac{d}{L}x,$$

$$\Delta = \frac{d}{L}x + h(n-1) = m\lambda_0,$$

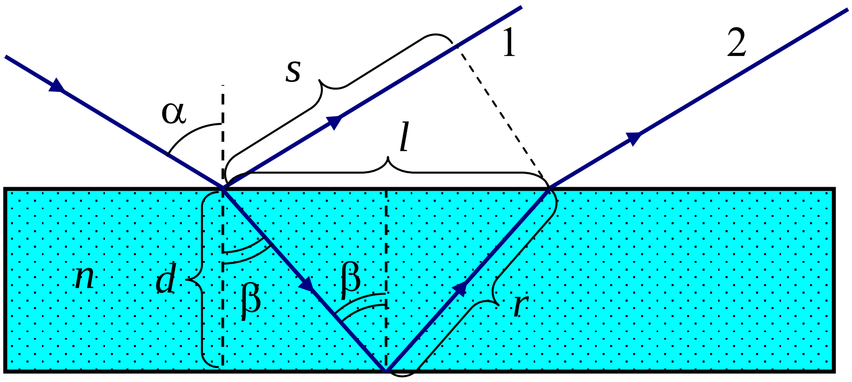
где x - координата максимума порядка m на экране. Из этого выражения следует, что при внесении стеклянной пластинки интерференционные полосы сместятся в направлении к перекрытой щели на расстояние

$$\Delta x = \frac{h(n-1)L}{d} = 2 \text{ мм}.$$

Пример 3.

На тонкую пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ падает параллельный пучок белого света под углом $\alpha = 52^0$. При какой минимальной толщине d пленки зеркально отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в желтый цвет ($\lambda_0 = 0{,}60$ мкм)?

Решение.



В результате отражений от обеих поверхностей пленки исходная волна делится на две (обозначены 1 и 2 на рис.), которые интерферируют на удаленном экране. Волна 1 проходит дополнительный по сравнению с волной 2 путь s в воздухе, а волна 2 проходит дополнительный путь $2r$ в стекле (см. рис.). Разность фаз волн 1 и 2 при их интерференции на экране определяется формулой

$$\Delta\varphi = k2r - k_0 s = \frac{2\pi}{\lambda}2r - \frac{2\pi}{\lambda_0}s = \frac{2\pi}{\lambda_0}(2rn - s),$$

где k и k_0 - волновые числа в стекле и воздухе, λ_0 - длина волны в воздухе (в вакууме), $\lambda = \lambda_0 / n$ - длина волны в стекле. Заметим, что это соотношение можно записать и через оптическую разность хода волн Δ:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta, \text{ где } \Delta = 2nr - s.$$

Учтем, что при отражении от верхней поверхности пластины (от среды, оптически более плотной) происходит скачкообразное изменение фазы на π у отраженной волны. Тогда условие интерференционного максимума принимает вид

$$\Delta = 2nr - s = m\lambda + \lambda / 2,$$

где m - целое число (порядок интерференции).

Вычислим оптическую разность хода. Из геометрических соотношений (см. рис.)

$$d / r = \cos\beta,$$
$$l = 2d\,\mathrm{tg}\beta,$$
$$s = l\sin\alpha$$

и закона преломления

$$\sin\alpha = n\sin\beta$$

следует:

$$\Delta = 2nd\cos\beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}.$$

Тогда условие интерференционного максимума принимает вид

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m\lambda + \lambda / 2,$$

где m - целое число (порядок интерференции). Минимальная толщина пленки, соответствующая максимуму интенсивности будет достигаться при $m = 0$:

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \approx 0{,}14.$$

Пример 4.

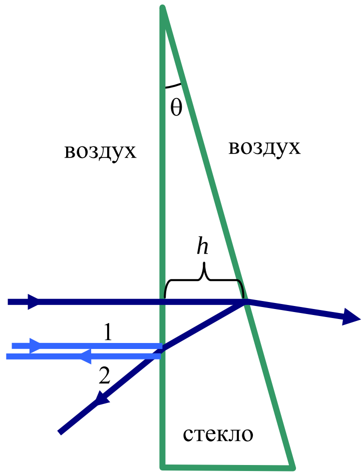
Свет с длиной волны $\lambda_0 = 0{,}55$ мкм от удаленного точечного источника падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых на поверхности клина $\Delta x = 0{,}21$ мм. Определите угол между гранями клина.

Решение

Интерферируют волны, отраженные от передней и задней поверхностей клина (обозначены 1 и 2 на рисунке). Волна 2 запаздывает по фазе относительно волны 1 на величину

$$\delta\varphi = k\Delta S,$$

где $\Delta S = 2h$ - дополнительный путь, проходимый волной в стекле, h - толщина клина в рассматриваемой точке (рис), $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, $\lambda = (c/n)T = \lambda_0/n$ - длина волны в стекле, λ_0 - длина волны в вакууме, T - период колебаний. Таким образом,



$$\delta\varphi = \frac{2\pi n}{\lambda_0} 2h.$$

Учтем, что при отражении на границе «воздух-стекло» происходит скачок фазы на π. Поэтому интерференционные максимумы будут наблюдаться в тех местах, где толщина пленки h удовлетворяет условию:

$$\frac{2\pi n}{\lambda_0} 2h + \pi = 2\pi m,$$

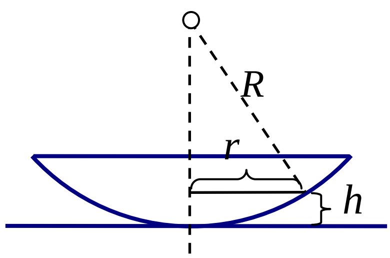
где m - целое число. При изменении m на 1 толщина h изменится на $\Delta h = \lambda_0 / 2n$. Ширина интерференционной полосы Δx связана с Δh соотношением

$$\Delta h = \Delta x \cdot \mathrm{tg}\theta \approx \Delta x \cdot \theta.$$

Отсюда $\theta = \dfrac{\lambda_0}{2n\Delta x} = 3$ угл. мин.

Пример 5.

Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны $R = 40$ см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца равен $r_1 = 2{,}5$ мм. Наблюдая за этим кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на $d = 5$ мкм. Каким стал радиус этого кольца.



Решение

Интерферируют волны, отраженные от сферической поверхности линзы и верхней поверхности стеклянной пластинки. Разность хода этих волн равна удвоенной высоте воздушного зазора $2h$ (рис.), а условие интерференционного минимума имеет вид:

$$2h = m\lambda ,$$

где m - целое число (учтено, что при отражении на границе «воздух-стекло» происходит скачок фазы на π). Если линза приподнята над пластинкой на высоту d , то условие минимума приобретает вид:

$$2(h + d) = m\lambda .$$

Записывая теорему Пифагора (рис.)

$$R^2 = (R - h)^2 + r^2 ,$$

Получим при $h << r$

$$r = \sqrt{2Rh} = \sqrt{Rm\lambda - 2Rd} .$$

Учитывая, что $r_1 = \sqrt{R\lambda m}$, получим $r = \sqrt{r_1^2 - 2Rd} = 1{,}5$ мм